

ОДНОЭТАПНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА
РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПАССИВНОЙ СИСТЕМОЙ,
СОСТОЯЩЕЙ ИЗ УЗКОБАЗОВЫХ ПОДСИСТЕМ

© 2004 г. А. В. Дубровин, Ю. Г. Сосулин

Поступила в редакцию 09.01.2003 г.

Синтезирован оптимальный алгоритм одноэтапного оценивания местоположения излучателя пассивной системой, состоящей из узкобазовых подсистем. Проведен сравнительный анализ одноэтапного и пеленгационного (двухэтапного) методов при использовании матричной границы Крамера–Рао и машинного моделирования. Показано, что одноэтапный и пеленгационный методы имеют одинаковые точности измерения координат излучателя при величине отношения сигнал/шум выше некоторого порогового значения. Выявлено, что при низких отношениях сигнал/шум одноэтапный метод имеет заметно более высокую устойчивость к аномальным ошибкам по сравнению с пеленгационным методом.

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматривается пассивная система одноэтапного определения местоположения излучателя, состоящая из узкобазовых подсистем (УП) и центрального пункта обработки (ЦПО) (рис. 1). Указанная подсистема содержит пространственно разнесенные точки приема (ТП), расстояние между которыми соизмеримо с длиной волны принимаемого сигнала и значительно меньше расстояния до излучателя, модуль цифровой обработки сигналов и подсистему обмена данными между УП и ЦПО. Под точкой приема понимаем антенну с круговой диаграммой направленности, сигнал от которой усиливается, селектируется в выбранном диапазоне частот и перемещается на промежуточную частоту (в случае, если этого требует техническая реализация радиоприемного тракта (РПТ)). Наиболее близким аналогом предлагаемой системы является пеленгационная система определения координат излучателя, реализующая фазовый метод измерения пеленгов. Основным отличием рассматриваемой системы одноэтапного оценивания от пеленгационной является то, что в данном случае оцениваемыми параметрами служат координаты излучателя, при этом измерение промежуточных параметров, а именно пеленгов, непосредственно не проводится.

Одноэтапный метод оценивания координат излучателя широкобазовой пассивной системой исследован в [1]. Существенно, что для реализации этого метода необходимо наличие не менее трех приемных пунктов, разнесенных на расстояния, соизмеримые с дальностью до излучателя. Размещение приемных пунктов на носителях типа вертолет или самолет делает такую систему дорогой. Предлагаемый в данной работе метод может быть реализован при использовании только одного переме-

щающегося в пространстве носителя, что, безусловно, привлекательно с точки зрения удешевления системы местоопределения излучателя.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется излучатель (И), генерирующий узкополосный сигнал $s(t)$ в частотном диапазоне от f_1 до f_2 . Этот сигнал принимается N узкобазовыми подсистемами (УП). В каждой n -й УП существует M_n пространственно разнесенных ТП. Соответственно, во всей измерительной системе располагается $\sum_{n=1}^N M_n$ точек приема. Сигналы, принятые ТП, смешиваются с шумами $\xi_{nm_n}(t)$ ($n = \overline{1, N}$, $m_n = \overline{1, M_n}$). Сигнал и шумы являются стационар-

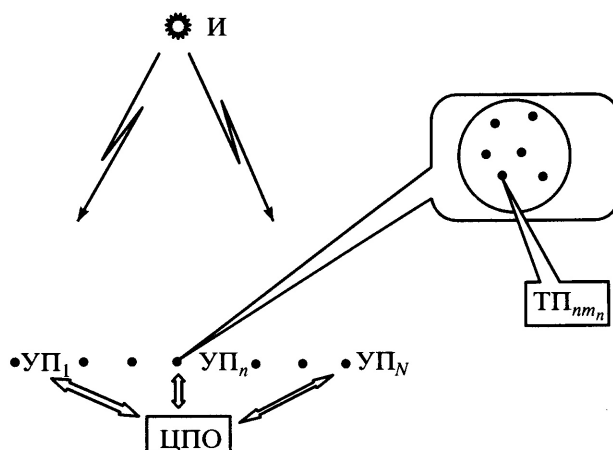


Рис. 1.

ными, эргодическими, независимыми друг от друга гауссовскими процессами с нулевыми средними.

Предполагаем, что возникновение запаздываний между сигналами, принимаемыми пространственно разнесенными ТП, обуславливается лишь геометрией взаимного расположения ТП. В то же время существуют факторы, создающие дополнительные искажения при приеме сигнала и неподдающиеся строгому учету (такие как переотражения от близлежащих конструкций, неидентичность антенно-фидерных трактов). Предполагаем также, что указанные искажения достаточно малы и их можно приближенно учесть за счет увеличения мощности шумовых составляющих $\xi_{nm_n}(t)$.

Считаем, что время наблюдения T_n много больше ширины корреляционных функций (интервалов корреляции) как сигнала, так и шумов, а также максимально возможной задержки между сигналами. Предполагаем также, что в каждой n -й УП точки приема принимают n -ю выборку из полезного сигнала $s(t)$, не перекрывающуюся по времени с k -й выборкой ($n \neq k, n, k = \overline{1, N}$). Это предположение справедливо в случае, когда роль нескольких УП выполняет одна перемещающаяся в пространстве УП и погрешность синхронизации по времени между различными УП много больше интервалов корреляции как сигнала, так и шумов.

Таким образом, модель наблюдаемых в УП процессов можно представить в виде

$$u_{nm_n}(t) = s_{nm_n}(t) + \xi_{nm_n}(t), \quad (1)$$

где $s_{nm_n}(t) = \sqrt{a_n} s_n(t - \tau_{nm_n})$ – полезный сигнал на входе ТП $_{nm_n}$ (m_n -я точка приема n -й УП); a_n – амплитудный множитель, определяемый коэффициентом затухания мощности сигнала $s_n(t)$ при его прохождении от излучателя И до n -й УП; $\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) = R_{nm_n}(\mathbf{r})/c$ – время распространения сигнала $s(t)$ от И до ТП $_{nm_n}$; $R_{nm_n}(\mathbf{r}) = \sqrt{(\mathbf{r}_{nm_n} - \mathbf{r})^T (\mathbf{r}_{nm_n} - \mathbf{r})}$ – расстояние от излучателя до ТП $_{nm_n}$ ($n = \overline{1, N}, m_n = \overline{1, M_n}$); c – скорость распространения сигнала; $\mathbf{r} = \|X_n, Y_n, Z_n\|^T$ – координаты излучателя; $\mathbf{r}_{nm_n} = \|X_{nm_n}, Y_{nm_n}, Z_{nm_n}\|^T$ – координаты ТП $_{nm_n}$; T – операция транспонирования.

В частотной области вместо (1) имеем $U_{nm_n}(f) = S_{nm_n}(f) + \Xi_{nm_n}(f)$, где

$$U_{nm_n}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_{nm_n}(t) \exp(-j2\pi ft) dt = F(u_{nm_n}(t));$$

$$S_{nm_n}(f) = F(s_{nm_n}(t));$$

$\Xi_{nm_n}(f) = F(\xi_{nm_n}(t))$; F – оператор преобразования Фурье.

2. СИНТЕЗ ОДНОЭТАПНОГО АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ КООРДИНАТ ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Оценку координат излучателя будем искать методом максимального правдоподобия. Предположим, что известны ковариационные функции сигнала $s(t)$ и шума $\xi_{nm_n}(t)$:

$$K_s(\tau) = M[s_n(t)s_n(t - \tau)] = M[s_l(t)s_l(t - \tau)],$$

$$K_{\xi_{nm_n}}(\tau) = M[\xi_{nm_n}(t)\xi_{nm_n}(t - \tau)],$$

$$M[s_n(t)] = 0, \quad M[s_n(t)s_l(t - \tau)] = 0, \quad M[\xi_{nm_n}(t)] = 0,$$

$$(n, l = \overline{1, N}, n \neq l, m_n = \overline{1, M_n}),$$

а также их спектральные плотности мощности:

$$G_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_s(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau,$$

$$G_{\xi_{nm_n}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\xi_{nm_n}}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau.$$

Так как сигнал и шум независимы, то ковариационная функция наблюдаемого процесса

$$K_{u_{nm_n}u_{nl_n}}(\tau) = M[u_{nm_n}(t)u_{nl_n}(t - \tau)] =$$

$$= a_n K_s[\tau - \tau_{nm_n}(\mathbf{r}) + \tau_{nl_n}(\mathbf{r})] + \delta_{nm_nnl_n} K_{\xi_{nm_n}}(\tau)$$

$$(m_n = \overline{1, M_n}, l_n = \overline{1, M_n}), \quad (2)$$

$$K_{u_{nm_n}u_{kl_k}}(\tau) = M[u_{nm_n}(t)u_{kl_k}(t - \tau)] = 0$$

$$(n \neq k, n, k = \overline{1, N}, m_n = \overline{1, M_n}, l_k = \overline{1, M_k}),$$

где $\delta_{nm_nnl_n} = 1$ при $m_n = l_n$, $\delta_{nm_nnl_n} = 0$ при $m_n \neq l_n$.

На основании (2) можно записать выражения для спектральных плотностей [2] рассматриваемых сигналов и шумов:

$$G_{u_{nm_n} u_{nl_n}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{u_{nm_n} u_{nl_n}}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau =$$

$$= a_n G_s(f) \exp\{-j2\pi f(\tau_{nm_n} - \tau_{kl_n})\} + \delta_{nm_n, nl_n} G_{\xi_{nm_n}}(f), \quad (3)$$

$$G_{u_{nm_n} u_{kl_k}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{u_{nm_n} u_{kl_k}}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau = 0.$$

Таким образом, взаимная спектральная плотность $G_{u_{nm_n} u_{nl_n}}(f)$ и взаимная ковариационная функция $K_{u_{nm_n} u_{nl_n}}(\tau)$ известны с точностью до амплитудных множителей a_n , а также задержки $\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{kl_k}(\mathbf{r})$, зависящей от вектора координат излучателя $\mathbf{r}$.

Запишем функцию правдоподобия (ФП), учитывая, что для каждой УП время наблюдения T_n одинаково. Предположим также, что величина T_n много больше максимально возможной задержки $\tau_{\max}$. При этом она имеет вид

$$P(\mathbf{U}|\mathbf{r}, \mathbf{a}) = C_n(\mathbf{a}) \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{a}) \mathbf{U}\right], \quad (4)$$

где $C_n(\mathbf{a}) = (2\pi)^{-IM/2} |\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{a})|^{-1/2}$ – нормирующий множитель, зависящий, как будет показано далее, только от вектора $\mathbf{a} = \|a_1, \dots, a_M\|^T$;

$$\mathbf{U} = \|\mathbf{U}^T(0), \dots, \mathbf{U}^T(I-1)\|^T;$$

$$\mathbf{U}(i) = \|\mathbf{U}_1^T(i), \dots, \mathbf{U}_N^T(i)\|^T;$$

$$\mathbf{U}_n(i) = \|\mathcal{U}_{n1}(i), \dots, \mathcal{U}_{nM_n}(i)\|^T$$

$$(i = \overline{0, I-1}, n = \overline{1, N});$$

$$\mathcal{U}_{nm_n}(i) = \frac{1}{T_n} \int_{-T_n/2}^{+T_n/2} u_{nm_n}(t) \exp(-j2\pi f_{\Delta} t) dt;$$

$$m_n = \overline{1, M_n}; \quad i = \overline{0, I-1};$$

I – число частотных составляющих в спектре сигнала; $f_{\Delta} = \frac{1}{T_n}$; $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{a}) = \mathbf{M}(\mathbf{U}^* \mathbf{U}^T) = \text{diag}(\mathbf{G}_n(i))$ – ковариационная матрица размером $IM \times IM$ ($M = \sum_{n=1}^N M_n$ – общее число точек приема), состоящая из $IN \times IN$ -подматриц, из которых не являются нулевыми только расположенные на диагонали подматрицы $\mathbf{G}_n(i)$ размером $M_n \times M_n$; $\mathbf{G}_n(i) = \mathbf{D}_n^*(i)(a_n \mathcal{G}_s(i) \mathbf{1}_n + \mathbf{G}_{\xi_n}(i)) \mathbf{D}_n(i) = \text{diag}(a_n \mathcal{G}_s(i) \mathbf{D}_n^*(i) \times (\mathbf{1}_n + \mathbf{C}_n(i)) \mathbf{D}_n(i))$; $\mathbf{1}_n$ – подматрица размером $M_n \times M_n$, у которой все элементы равны единице; $\mathbf{G}_{\xi_n}(i) = \text{diag}(\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i))$, $\mathbf{D}_n(i) = \text{diag}(\exp(-j2\pi f_{\Delta} \tau_{nm_n}))$,

$\mathbf{C}_n(i) = \text{diag}\left(\frac{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i)}{\mathcal{G}_s(i) a_n}\right)$ ($m_n = \overline{1, M_n}$) – диагональные матрицы размером $M_n \times M_n$, у которых не равны нулю только m_n, m_n -е диагональные элементы;

$$\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i) = \frac{1}{T_n} G_{\xi_{nm_n}}(if_{\Delta}); \quad \mathcal{G}_s(i) = \frac{1}{T_n} G_s(if_{\Delta}).$$

Обратная ковариационная матрица равна

$$\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{a}) = \text{diag}(\mathbf{G}_n^{-1}(i)). \quad (5)$$

Если учесть, что прямая матрица $\mathbf{Z} = \mathbf{1} + \mathbf{X}$ размером $N \times N$, где $\mathbf{X}$ -диагональная матрица с элементами $X_1, \dots, X_N$, при обращении принимает вид $\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{X}^{-1}(\mathbf{E} - \delta \mathbf{1} \mathbf{X}^{-1})$, где $\mathbf{E}$ – единичная матрица; $\delta = (1 + 1/X_1 + 1/X_2 + \dots + 1/X_N)^{-1}$, то

$$\mathbf{G}_n^{-1}(i) = a_n^{-1} \mathcal{G}_s^{-1}(i) \mathbf{D}_n^*(i) \mathbf{C}_n^{-1}(i) \times$$

$$\times \left(\mathbf{E}_n - \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{a_n \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i)} \right)^{-1} \mathbf{1}_n \mathbf{C}_n^{-1}(i) \right) \mathbf{D}_n(i) =$$

$$= \mathbf{D}_n^*(i) \left(\mathbf{G}_{\xi_n}^{-1}(i) - \right.$$

$$\left. - a_n \mathcal{G}_s(i) \mathbf{Q}_n(i) \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{a_n \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i)} \right)^{-1} \right) \mathbf{D}_n(i), \quad (6)$$

где подматрица $\mathbf{Q}_n(i)$ состоит из элементов $\mathcal{Q}_{m_n l_n}(i) = \mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}^{-1}(i) \mathcal{G}_{\xi_{nl_n}}(i)$ ($m_n, l_n = \overline{1, M_n}$); $\mathbf{G}_{\xi_n}^{-1}(i) = \text{diag}(\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}^{-1}(i))$; $\mathbf{E}_n$ – единичная матрица размером $M_n \times M_n$.

Тогда

$$P(\mathbf{U}|\mathbf{r}, \mathbf{a}) = C_n(\mathbf{a}) \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\sum_{n=1}^N (J_{0n} - J_{1n}(a_n) - 2\text{Re}(J_{2n}(\mathbf{r}, a_n))) \right] \right\}, \quad (7)$$

где $2\text{Re}(J_{2n}(\mathbf{r}, a_n)) = J_{2n}(\mathbf{r}, a_n) + J_{2n}^*(\mathbf{r}, a_n)$;

$$J_{0n} = \sum_{m_n=1}^{M_n} \sum_{l_n=1}^{M_n} \mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}^{-1}(i) \mathcal{U}_{nm_n}(i) \mathcal{U}_{nl_n}^*(i);$$

$$J_{1n}(a_n) = \sum_{m_n=1}^{M_n} \sum_{l_n=1}^{M_n} \mathcal{U}_{nm_n}(i) \mathcal{U}_{nl_n}^*(i) \times$$

$$\times \frac{a_n \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}^2(i) \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{a_n \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i)} \right)^{-1}};$$

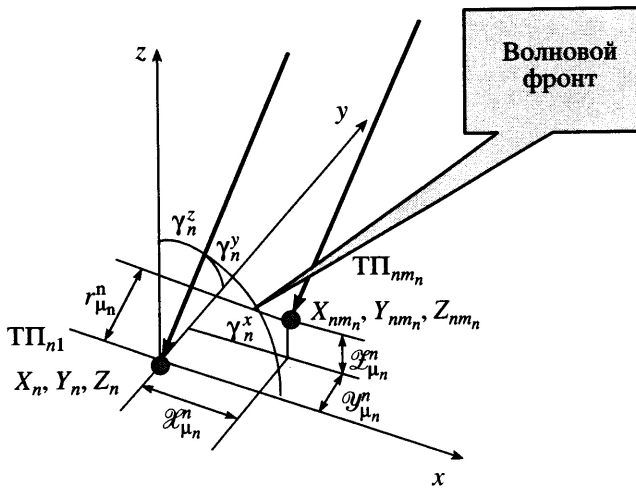


Рис. 2.

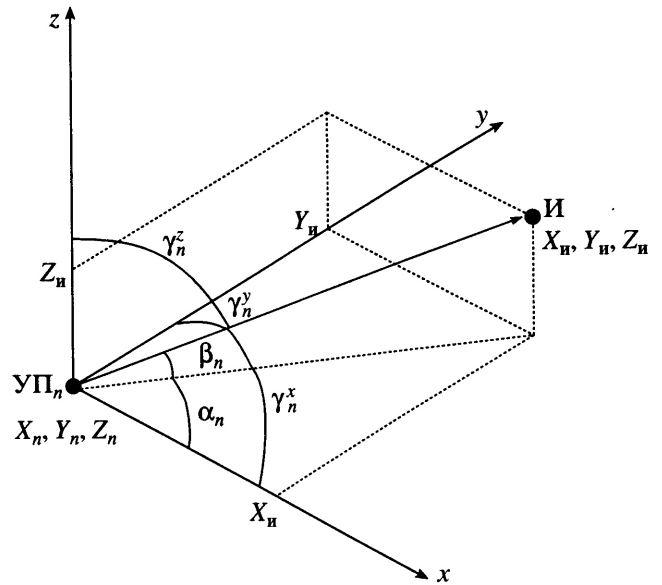


Рис. 3.

$$J_{2n}(\mathbf{r}, a_n) = \sum_{l_n=1}^{M_n-1} \sum_{m_n=l_n+1}^{M_n} \sum_{i=0}^{I-1} \frac{a_n \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i) \mathcal{G}_{\xi_{nl_n}}(i)} \times \\ \times \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{a_n \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i)} \right)^{-1} \mathcal{U}_{nm_n}(i) \mathcal{U}_{nl_n}^*(i) \times \\ \times \exp(j2\pi i f_{\Delta}(\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r}))).$$

При достаточно большом времени наблюдения (оно должно быть много больше интервалов корреляции и максимально возможной задержки, что уже оговорено при постановке задачи) можно сделать следующие замены: $\mathcal{U}_k(i) \rightarrow \frac{1}{T_n} U_k(if_{\Delta})$,

$$\mathcal{G}_{\xi_{nm_n}}(i) \rightarrow \frac{1}{T_n} G_{\xi_{nm_n}}(if_{\Delta}); \mathcal{G}_s(i) \rightarrow \frac{1}{T_n} G_s(if_{\Delta}), if_{\Delta} = f,$$

$$f_{\Delta} = \frac{1}{T_n} \rightarrow df. \text{ При этом для упрощения дальнейших математических преобразований суммирование в (7) по } i \text{ можно заменить интегрированием по } f.$$

Все комбинации $\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})$ можно выразить через составляющие вектора $\mathbf{T}_{\Phi n} = \|\tau_1^{\Phi n}(\mathbf{r}), \dots$

..., $\tau_{M_n-1}^{\Phi n}(\mathbf{r})\|^T$ ($\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) = \tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl}(\mathbf{r})$, $\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) -$

$\tau_{nl_n}(\mathbf{r}) = \tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) - \tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\mathbf{r})$, $\mu_n = m_n - 1 = \overline{1, M_n - 1}$,

$\lambda_n = l_n - 1 = \overline{0, M_n - 2}$ ($\mu_n > \lambda_n$), причем $\tau_0^{\Phi n}(\mathbf{r}) \equiv 0$);

$\mathbf{T}_{\Phi n}$ – вектор задержек между сигналом центральной ТП n -й УП (здесь центральная ТП является

первой в n -й УП) и оставшимися $M_n - 1$ сигналами

n -й УП. Значения $\tau_{\mu_n}^{\Phi n}$, соизмеримы с величиной

$\frac{1}{f_0}$, и поэтому их можно назвать фазовыми задержками. Под значением f_0 будем понимать величину, равную $f_0 = (f_2 + f_1)/2$, где f_2, f_1 – соответственно верхняя и нижняя частоты сигнала.

Учитывая, что для УП наибольшее расстояние между ТП много меньше расстояния до излучателя, можно воспользоваться моделью плоского фронта волны (рис. 2) и саму n -ю УП (УП_{*n*}) представить в виде точечного объекта (рис. 3). Тогда элементы вектора $\mathbf{T}_{\Phi n}$ можно представить в виде

$$\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} r_{\mu_n}^n, \text{ где}$$

$$r_{\mu_n}^n = \mathcal{X}_{\mu_n}^n \cos(\gamma_n^x(\mathbf{r})) +$$

$$+ \mathcal{Y}_{\mu_n}^n \cos(\gamma_n^y(\mathbf{r})) + \mathcal{Z}_{\mu_n}^n \cos(\gamma_n^z(\mathbf{r})),$$

$$\mathcal{X}_{\mu_n}^n = X_{nm_n} - X_n; \quad \mathcal{Y}_{\mu_n}^n = Y_{nm_n} - Y_n;$$

$$\mathcal{Z}_{\mu_n}^n = Z_{nm_n} - Z_n,$$

$$\cos(\gamma_n^x(\mathbf{r})) = (X_n - X_n)/R_n(\mathbf{r}),$$

$$\cos(\gamma_n^y(\mathbf{r})) = (Y_n - Y_n)/R_n(\mathbf{r}),$$

$$\cos(\gamma_n^z(\mathbf{r})) = (Z_n - Z_n)/R_n(\mathbf{r}),$$

$\mathbf{r}_n \equiv \mathbf{r}_{n1} = \|X_n, Y_n, Z_n\|^T$ – координаты УП_{*n*}; $R_n(\mathbf{r}) \equiv R_{n1}(\mathbf{r}) = \sqrt{(\mathbf{r}_n - \mathbf{r})^T (\mathbf{r}_n - \mathbf{r})}$ – расстояние от излучателя до УП_{*n*}; $\gamma_n^x(\mathbf{r})$, $\gamma_n^y(\mathbf{r})$, $\gamma_n^z(\mathbf{r})$ – соответственно углы между осями x , y и z и вектором, соединяющим УП_{*n*} с излучателем (см. рис. 3) (все углы меж-

ду векторами отложены здесь между их положительными направлениями по кратчайшему пути).

Для УП характерно соотношение $2\pi(f - f_0) \times (\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})) \ll 2\pi$ для значений f , принадлежащих интервалу $f_1 \dots f_2$, и всех возможных величин $\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})$. Поэтому указанная составляющая практически не влияет на результат суммирования (интегрирования) в J_2 . Исходя из этого, можем записать $2\pi f(\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})) = 2\pi(f - f_0) \times (\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})) + 2\pi f_0(\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})) \approx \approx 2\pi f_0(\tau_{nm_n}(\mathbf{r}) - \tau_{nl_n}(\mathbf{r})) = 2\pi f_0(\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) - \tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}))$. Отсюда

$$J_{0n} = \sum_{m_n=1}^{M_n} \int_0^{+\infty} G_{\xi nm_n}^{-1}(f) U_{nm_n}(f) U_{nm_n}^*(f) df;$$

$$J_{1n}(a_n) = \sum_{m_n=1}^{M_n} \int_0^{+\infty} W_{nm_n}^2(f) U_{nm_n}(f) U_{nm_n}^*(f) df;$$

$$J_{2n}(\mathbf{r}, a_n) = \sum_{l_n=1}^{M_n-1} \sum_{m_n=l_n+1}^{M_n} \exp(j2\pi f_0(\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) - \tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}))) \times \times \int_0^{+\infty} W_{nm_n}(f) W_{nl_n}(f) U_{nm_n}(f) U_{nl_n}^*(f) df;$$

$$W_{nm_n}(f) = \frac{1}{G_{\xi nm_n}(f)} \sqrt{\frac{a_n G_s(f)}{1 + \sum_{l_n=1}^{M_n} q_{nl_n}(f)}} - \text{частотная}$$

характеристика входного фильтра в nm_n -ом канале; $q_{nm_n}(f) = \frac{a_n G_s(f)}{G_{\xi nm_n}(f)}$ - отношение сигнал/шум в

nm_n -ом канале; $\mu_n = m_n - 1$; $\lambda_n = l_n - 1$; $\tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) \equiv 0$ при $\lambda_n = 0$.

Реальная часть $J_{2n}(\mathbf{r}, a_n)$ может быть представлена в виде

$$\text{Re}(J_{2n}(\mathbf{r}, a_n)) = \sum_{l_n=1}^{M_n-1} \sum_{m_n=l_n+1}^{M_n} A_{nm_n l_n} \times \times \cos(2\pi f_0(\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) - \tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\mathbf{r})) + \Phi_{nm_n l_n}), \quad (8)$$

где

$$\Phi_{nm_n l_n} = \arctan \left\{ \int_0^{+\infty} W_{nm_n}(f) W_{nl_n}(f) |U_{nm_n}(f)| |U_{nl_n}(f)| \times \right.$$

$$\times \sin(\varphi_{nm_n}(f) - \varphi_{nl_n}(f)) df, \int_0^{+\infty} W_{nm_n}(f) W_{nl_n}(f) \times \times |U_{nm_n}(f)| |U_{nl_n}(f)| \cos(\varphi_{nm_n}(f) - \varphi_{nl_n}(f)) df \Big\}$$

- разность "псевдофаз" между сигналами m_n -й и l_n -й точек приема n -й УП;

$$A_{nm_n l_n} = \left\{ \left[\int_0^{+\infty} W_{nm_n}(f) W_{nl_n}(f) |U_{nm_n}(f)| |U_{nl_n}(f)| \times \times \sin(\varphi_{nm_n}(f) - \varphi_{nl_n}(f)) df \right]^2 + \left[\int_0^{+\infty} W_{nm_n}(f) W_{nl_n}(f) \times \times |U_{nm_n}(f)| |U_{nl_n}(f)| \cos(\varphi_{nm_n}(f) - \varphi_{nl_n}(f)) df \right]^2 \right\}^{1/2}$$

- суммарная "псевдоамплитуда"; $\varphi_{nm_n}(f) = \arctan \{ \text{Im}(U_{nm_n}(f)), \text{Re}(U_{nm_n}(f)) \}$ - фазочастотная характеристика сигнала m_n -й точки приема n -й УП; $\arctan(b, c) = \arctan(b/c)$ при $c > 0$; $\arctan(b, c) = \arctan(b/c) + \text{sign}(b) \frac{\pi}{2}$ при $c < 0$; $\text{sign}(b) = 1 (-1)$ при $b > 0 (b < 0)$; $\arctan(b, 0) = \text{sign}(b) \frac{\pi}{2}$ ($b \neq 0$); $\arctan(0, 0) = 0$.

Для вычисления нормирующего множителя $C_n(\mathbf{a})$ необходимо найти определитель матрицы $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{a})$. Учитывая определение для $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{a})$ в (4), можем записать

$$|\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{a})| = \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^{I-1} |\mathbf{G}_n(i)|. \quad (9)$$

Для нахождения $|\mathbf{G}_n(i)|$ необходимо учесть, что для определителей квадратных матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ одного порядка справедливо соотношение $|\mathbf{AB}| = |\mathbf{BA}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|$ [3, с. 394]. Кроме того, для матрицы размером $N \times N$, имеющей вид $\mathbf{Z} = \mathbf{I} + \mathbf{X}$, где $\mathbf{X}$ - диагональная матрица с элементами $X_1 \dots X_N$, получаем $|\mathbf{Z}| = (\prod_{i=1}^N X_i)(1 + 1/X_1 + 1/X_2 + \dots + 1/X_N)$. Исходя из этого, можем записать

$$|\mathbf{G}_n(i)| = \left(\prod_{m_n=1}^{M_n} \mathcal{G}_{\xi nm_n}(i) \right) \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} a_n \frac{\mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi nm_n}(i)} \right); \quad (10)$$

$$C_n(\mathbf{a}) = (2\pi)^{-I M/2} \times \left\{ \prod_{n=1}^N \prod_{i=0}^{I-1} \left[\left(\prod_{m_n=1}^{M_n} \mathcal{G}_{\xi n m_n}(i) \right) \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} a_n \frac{\mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi n m_n}(i)} \right) \right] \right\}^{-1/2}. \quad (11)$$

Взяв логарифм от (11) и используя предельные переходы, предшествующие (8), получим

$$\ln(P(\mathbf{U}|\mathbf{r}, \mathbf{a})) = (-I M/2) \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \left[\left(T_n \sum_{m_n=1}^{M_n} \int \ln(T_n G_{\xi n m_n}(f)) df \right) + J_{0n} \right] + L(\mathbf{r}, \mathbf{a}),$$

где

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{a}) = \sum_{n=1}^N L_n(\mathbf{r}, a_n); \quad (12)$$

$$L_n(\mathbf{r}, a_n) = \frac{1}{2} (J_{1n}(a_n) - J_{3n}(a_n)) + \operatorname{Re}(J_{2n}(\mathbf{r}, a_n)); \quad (13)$$

$$J_{3n}(a_n) = T_n \int_0^\infty \ln \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} a_n \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right) df.$$

Таким образом, одноэтапный алгоритм местоопределения должен формировать оценки максимального правдоподобия координат излучателя $\hat{\mathbf{r}}$ и амплитудных множителей $\hat{\mathbf{a}}$:

$$L(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{a}}) = \max_{\mathbf{r} \in \mathbf{R}, \mathbf{a} \in \mathbf{A}} L(\mathbf{r}, \mathbf{a}). \quad (14)$$

Возможная реализация системы местоопределения, функционирующей в соответствии с (12)–(14), рассматривается ниже (см. разд. 5 и рис. 14).

3. ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Потенциальная точность оценивания координат излучателя $\mathbf{r}$ и вектора $\mathbf{a}$ определяется матричной границей Крамера–Рао $\Phi_{\text{КР}}$, равной обратной информационной матрице Фишера Φ : $\Phi_{\text{КР}} =$

$$= \begin{bmatrix} \Phi_{\text{КР}}^{(1)} & \Phi_{\text{КР}}^{(2)} \\ (\Phi_{\text{КР}}^{(2)})^T & \Phi_{\text{КР}}^{(3)} \end{bmatrix} = \Phi^{-1}, \text{ причем } \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_2^T & \Phi_3 \end{bmatrix}.$$

Элементы матрицы Φ описываются следующим образом

$$\mathcal{F}_{ij}^{(1)} = -M \left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial r_i \partial r_j} \right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}} = -M \left(\sum_{b=1}^N \sum_{\lambda_b=1}^{M_b-1} \sum_{\mu_b=1}^{M_b-1} \frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial \tau_{\lambda_b}^{\Phi_b} \partial \tau_{\mu_b}^{\Phi_b}} \frac{\partial \tau_{\lambda_b}^{\Phi_b}}{\partial r_j} \frac{\partial \tau_{\mu_b}^{\Phi_b}}{\partial r_i} + \right.$$

$$+ \sum_{b=1}^N \sum_{k_b=1}^{M_b-1} \frac{\partial L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial \tau_{k_b}^{\Phi_b}} \frac{\partial^2 \tau_{k_b}^{\Phi_b}}{\partial r_i \partial r_j} \Bigg)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}},$$

$$\mathcal{F}_{in}^{(2)} = -M \left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial r_i \partial a_n} \right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}} = 0,$$

$$\mathcal{F}_{mn}^{(3)} = -M \left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial a_m \partial a_n} \right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}}, \quad i, j = \overline{1, 3},$$

$$r_1 \equiv X_n, \quad r_2 \equiv Y_n, \quad r_3 \equiv Z_n, \quad m, n = \overline{1, N}.$$

Дифференцируя (12) и вычисляя математическое ожидание в точке $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{r}}$, получаем

$$M \left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial \tau_{\lambda_b}^{\Phi_b} \partial \tau_{\mu_b}^{\Phi_b}} \right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}} = \begin{cases} -\sum_{i=1}^{M_b} P_{i m_b}, & \mu_b = \lambda_b, \\ P_{m_b l_b}, & \mu_b \neq \lambda_b, \end{cases}$$

$$m_b = \mu_b + 1, \quad l_b = \lambda_b + 1, \quad \mu_b, \lambda_b = \overline{1, M_b - 1};$$

$$P_{m_b l_b} = 2 T_n (2\pi f_0)^2 \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} q_{b m_b}(f) q_{b l_b}(f) / \left[1 + \sum_{n_b=1}^{M_b} q_{b n_b}(f) \right] df;$$

$$M \left(\frac{\partial L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial \tau_{k_b}^{\Phi_b}} \right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}} = 0;$$

$$M \left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial a_n^2} \right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}} = \frac{1}{2} T_n \sum_{n=1}^N \int \left(\sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right)^2 \times \times \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} a_n \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right)^{-2} df -$$

$$- T_n \sum_{n=1}^N \sum_{m_n=1}^{M_n} \int_0^{+\infty} \frac{G_s(f) (a_n G_s(f) + G_{\xi n m_n}(f))}{G_{\xi n m_n}^2(f)} \times$$

$$\times \left(\sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right) \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} a_n \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right)^{-3} df -$$

$$- 2 T_n \sum_{n=1}^N \sum_{l_n=1}^{M_n-1} \sum_{m_n=l_n+1}^{M_n} \int \frac{a_n G_s^2(f)}{G_{\xi n m_n}(f) G_{\xi n l_n}(f)} \times$$

$$\times \left(\sum_{m_n=1}^{M_n} \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right) \left(1 + \sum_{m_n=1}^{M_n} a_n \frac{G_s(f)}{G_{\xi n m_n}(f)} \right)^{-3} df;$$

$$M\left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial a_n \partial a_m}\right)_{\substack{\mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} = \hat{\mathbf{a}}}} = 0, \quad n \neq m.$$

Таким образом, $\Phi_{\text{КР}}^{(2)}$ и, следовательно, Φ_2 являются нулевыми матрицами. Отсюда $\Phi_1 = (\Phi_{\text{КР}}^{(1)})^{-1}$, $\Phi_3 = (\Phi_{\text{КР}}^{(3)})^{-1}$.

Матрица Φ_1 может быть представлена в виде

$$\Phi_1 = \sum_{n=1}^N \mathbf{B}_n^T \Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}^{-1} \mathbf{B}_n, \quad (15)$$

где матрица $\mathbf{B}_n$ состоит из элементов

$$B_n(\mu_n, 1) = \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial r_1} \equiv \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial X_n} = \\ = \frac{1}{c} [\mathcal{X}_{\mu_n}^n - r_{\mu_n}^n \cos(\gamma_n^x(\mathbf{r}))] / R_n(\mathbf{r});$$

$$B_n(\mu_n, 2) = \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial r_2} \equiv \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial Y_n} = \\ = \frac{1}{c} [\mathcal{Y}_{\mu_n}^n - r_{\mu_n}^n \cos(\gamma_n^y(\mathbf{r}))] / R_n(\mathbf{r});$$

$$B_n(\mu_n, 3) = \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial r_3} \equiv \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial Z_n} = \\ = \frac{1}{c} [\mathcal{Z}_{\mu_n}^n - r_{\mu_n}^n \cos(\gamma_n^z(\mathbf{r}))] / R_n(\mathbf{r}); \quad \mu_n = \overline{1, M_n - 1},$$

а матрица $\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}^{-1}$ – из элементов $\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}^{-1}(\mu_n, l_n) =$

$$= -M \left(\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}, \mathbf{a})}{\partial \tau_{\lambda_n}^{\Phi n} \partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}} \right), \quad \lambda_n, \mu_n = \overline{1, M_n - 1}.$$

Таким образом, потенциальная точность оценивания координат одноэтапным методом описывается матрицей

$$\Phi_{\text{од}} = \Phi_{\text{КР}}^{(1)} = (\Phi_1)^{-1}. \quad (16)$$

Представляет интерес вид матрицы $\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}$, обратной матрице $\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}^{-1}$, входящей в (15). Данное обстоятельство обуславливается тем, что в фазовых пеленгационных системах сама процедура измерения пеленга, как правило, проходит в два этапа. На первом этапе измеряются фазовые задержки, на втором этапе фазовые задержки пересчитываются в пеленги (см., например, [4]).

Рассмотрим вид матрицы $\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}$ для случая, когда отношения сигнал/шум являются одинаковыми для всех ТП и равномерными в полосе частот $2\Delta_f = f_2 - f_1$. В этом случае $q_{nm_n}(f) = q_{kl_k}(f) = q$, сле-

довательно, $P_{m_b l_b} = P_{n_k j_k} = P$, $a_n = a_m = a$, $G_{\xi_{nm_n}}(f) = \mathcal{G}_{\xi_{kl_k}}(f) = \mathcal{G}_{\xi}$. Кроме того предположим, что число ТП одинаково для всех УП, т.е. $M_n = M_k = M$. Тогда

$$\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}^{-1} = P(\mathbf{E} - \mathbf{1}), \quad (17)$$

где $P = 16\pi^2 T_n f_0^2 \Delta_f^2 / (1 + Mq)$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{1}$ имеют размер $(M-1) \times (M-1)$.

$$\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}} = \frac{1}{PM} (\mathbf{E} + \mathbf{1}). \quad (18)$$

Диагональные элементы матрицы $\Phi_{\text{Т}_{\Phi n}}$ могут быть представлены в виде $\sigma_{\tau_{\Phi}}^2 = \frac{2}{PM}$. При этом

$$\sigma_{\tau_{\Phi}}^2 = \frac{1 + Mq}{8\pi^2 T_n f_0^2 \Delta_f M q^2}. \quad (19)$$

В выражении (14) помимо информативного параметра $\mathbf{r}$ оценивается и неинформативный параметр $\mathbf{a}$. При реализации правила (14) остро стоит вопрос о выборе первого приближения для вектора амплитуд $\mathbf{a}$, поскольку о законе его распределения ничего неизвестно. Ниже будет предложен эвристический метод, позволяющий сформировать предварительную оценку $\mathbf{a}$. Потенциальная точность измерения вектора $\mathbf{a}$ описывается матрицей $\Phi_{\text{КР}}^{(3)}$, являющейся обратной матрице Φ_3 .

Матрицы $\Phi_{\text{КР}}^{(3)}$ и Φ_3 диагональные. Учитывая сделанные выше допущения, можем записать

$$\Phi_{\text{КР}}^{(3)} = \sigma_a^2 \mathbf{E}_N, \quad (20)$$

где $\mathbf{E}_N$ – единичная матрица размером $N \times N$, σ_a^2 – дисперсия ошибки измерения амплитудного множителя a . Относительная погрешность равна

$$\frac{\sigma_a}{a} = \frac{Mq + 1}{Mq \sqrt{T_n 2\Delta_f N}}. \quad (21)$$

4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОДНОЭТАПНОГО И ПЕЛЕНГАЦИОННОГО МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Рассмотрим процедуру измерения координат излучателя при наличии промежуточного этапа измерения пеленга. Далее для краткости будем называть ее пеленгационным алгоритмом. В данном алгоритме в n -й УП определяются оценки азимута $\hat{\alpha}_n$, угла места $\hat{\beta}_n$ (рис. 4) и амплитуды сигнала $\hat{a}_n$ по правилу

$$\mathcal{L}_n(\hat{\alpha}_n, \hat{\beta}_n, \hat{a}_n) = \max_{\alpha_n \in A, \beta_n \in B, a_n \in \mathcal{U}} \mathcal{L}_n(\alpha_n, \beta_n, a_n), \quad (22)$$

где

$$\mathcal{L}_n(\alpha_n, \beta_n, a_n) = \frac{1}{2}(J_{1n}(a_n) - J_{3n}(a_n)) + \operatorname{Re}(\mathcal{J}_{2n}(\alpha_n, \beta_n, a_n)); \quad (23)$$

$J_{1n}(a_n)$ и $J_{3n}(a_n)$ пояснены в выражениях (8) и (13) соответственно;

$$\operatorname{Re}(\mathcal{J}_{2n}(\alpha_n, \beta_n, a_n)) = \sum_{l_n=1}^{M_n-1} \sum_{m_n=l_n+1}^{M_n} A_{nm_n l_n} \times \quad (24)$$

$$\times \cos(2\pi f_0(\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\alpha_n, \beta_n) - \tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\alpha_n, \beta_n)) + \Phi_{nm_n l_n});$$

$$\mu_n = m_n - 1, \lambda_n = l_n - 1, \tau_{\lambda_n}^{\Phi n}(\mathbf{r}) \equiv 0 \text{ при } \lambda_n = 0.$$

Все составляющие выражений (22)–(24) уже выведены выше, за исключением $\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\alpha_n, \beta_n)$ ($\mu_n = \overline{1, M_n - 1}$). В данном случае $\tau_{\mu_n}^{\Phi n}(\alpha_n, \beta_n) = (1/c)r_{\mu_n}^n$, где

$$r_{\mu_n}^n = \mathcal{X}_{\mu_n}^n \cos(\alpha_n) \cos(\beta_n) + \mathcal{Y}_{\mu_n}^n \sin(\alpha_n) \cos(\beta_n) + \mathcal{Z}_{\mu_n}^n \sin(\beta_n).$$

Матрица, описывающая потенциальную точность измерения азимута и угла места в n -й УП, аналогична представленной в (15):

$$\mathcal{F}_n = \begin{bmatrix} \sigma_{n\alpha}^2 & \sigma_{n\alpha\beta}^2 \\ \sigma_{n\alpha\beta}^2 & \sigma_{n\beta}^2 \end{bmatrix} = (\mathcal{B}_n^T \Phi_{\mathbf{r}_n}^{-1} \mathcal{B}_n)^{-1}, \quad (25)$$

при этом элементы матрицы $\mathcal{B}_n$ имеют вид

$$B_n(\mu_n, 1) = \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial \alpha_n} = \frac{1}{c}[-\mathcal{X}_{\mu_n}^n \sin(\alpha_n) \cos(\beta_n) + \mathcal{Y}_{\mu_n}^n \cos(\alpha_n) \cos(\beta_n)],$$

$$B_n(\mu_n, 2) = \frac{\partial \tau_{\mu_n}^{\Phi n}}{\partial \beta_n} = \frac{1}{c}[-\mathcal{X}_{\mu_n}^n \cos(\alpha_n) \sin(\beta_n) - \mathcal{Y}_{\mu_n}^n \sin(\alpha_n) \sin(\beta_n) + \mathcal{Z}_{\mu_n}^n \sin(\beta_n)].$$

Оценивание координат излучателя пеленгационным методом осуществляется по правилу [5, выражение (12)]

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_0 + (\mathcal{B}_r^T \mathcal{F}^{-1} \mathcal{B}_r)^{-1} \mathcal{B}_r^T \mathcal{F}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}(\mathbf{r}_0)). \quad (26)$$

Здесь $\boldsymbol{\theta} = \|\alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_N, \beta_N\|$; $\mathcal{F} = \operatorname{diag}(\mathcal{F}_n)$ – матрица размером $2N \times 2N$, состоящая из $N \times N$ -подматриц, из которых не являются нулевыми только

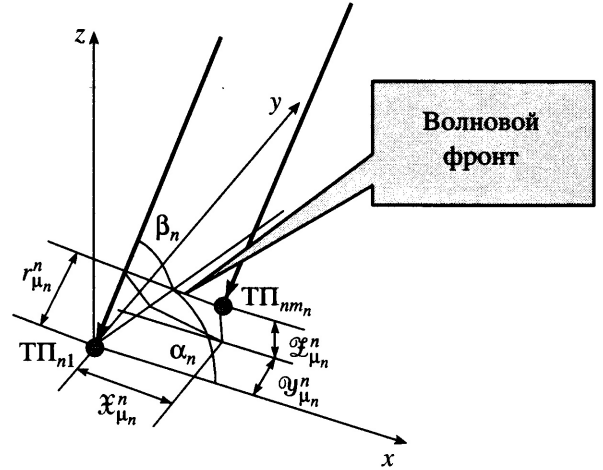


Рис. 4.

расположенные на диагонали n, n -е подматрицы $\mathcal{F}_n$ размером 2×2 ;

$$\mathcal{B}_r = \|\mathcal{B}_{r1}^T, \dots, \mathcal{B}_{rN}^T\|^T; \quad \mathcal{B}_{rn} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_n}{\partial X_n} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial Y_n} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial Z_n} \\ \frac{\partial \beta_n}{\partial X_n} & \frac{\partial \beta_n}{\partial Y_n} & \frac{\partial \beta_n}{\partial Z_n} \end{bmatrix},$$

$$n = \overline{1, N};$$

$\mathbf{r}_0$ – координаты опорной точки.

Как следует из рис. 3,

$$\alpha_n = \arctan\{(Y_n - Y_n)/(X_n - X_n)\},$$

$$\beta_n = \arcsin\{(Z_n - Z_n)/[(X_n - X_n)^2 + (Y_n - Y_n)^2 + (Z_n - Z_n)^2]^{1/2}\}.$$

Таким образом,

$$\frac{\partial \alpha_n}{\partial X_n} = -\sin(\alpha_n)/R_n; \quad \frac{\partial \alpha_n}{\partial Y_n} = \cos(\alpha_n)/R_n;$$

$$\frac{\partial \alpha_n}{\partial Z_n} = 0; \quad \frac{\partial \beta_n}{\partial X_n} = -\sin(\beta_n) \cos(\alpha_n)/R_n;$$

$$\frac{\partial \beta_n}{\partial Y_n} = -\sin(\beta_n) \sin(\alpha_n)/R_n; \quad \frac{\partial \beta_n}{\partial Z_n} = \cos(\beta_n)/R_n,$$

где

$$R_n = [(X_n - X_n)^2 + (Y_n - Y_n)^2]^{1/2};$$

$$R_n = [(X_n - X_n)^2 + (Y_n - Y_n)^2 + (Z_n - Z_n)^2]^{1/2}.$$

Точность оценивания координат пеленгационным методом определяется формулой [5, выражение (16)]

$$\Phi_{\text{пел}} = (\mathcal{B}_r^T \mathcal{F}^{-1} \mathcal{B}_r)^{-1}, \quad (27)$$

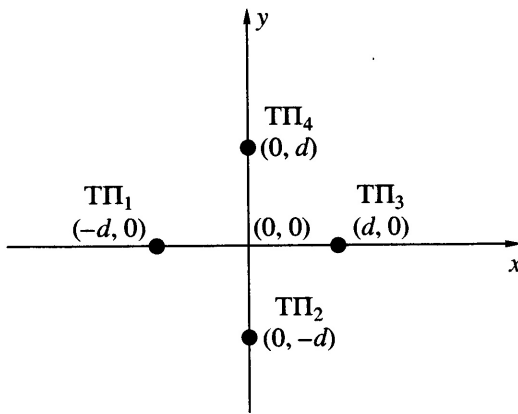


Рис. 5.

где $\mathcal{F}^{-1} = \text{diag}(\mathcal{F}_n^{-1})$. Из этого следует, что

$$\Phi_{\text{пел}} = \left(\sum_{n=1}^N \mathcal{B}_{rn}^T \mathcal{B}_n^T \Phi_{T_{\Phi n}}^{-1} \mathcal{B}_n \mathcal{B}_{rn} \right)^{-1}.$$

Поскольку $\mathcal{B}_n \mathcal{B}_{rn} = \mathbf{B}_n$, то

$$\Phi_{\text{пел}} = \left(\sum_{n=1}^N \mathbf{B}_n^T \Phi_{T_{\Phi n}}^{-1} \mathbf{B}_n \right)^{-1} = \Phi_{\text{од}}. \quad (28)$$

Таким образом, при больших отношениях сигнал/шум, когда погрешности измерений описываются границей Крамера–Рао, точности оценивания координат излучателя одноэтапным и двухэтапным (пеленгационным) методами совпадают.

5. АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ ПОЯВЛЕНИИ АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ

Основные различия одноэтапного и двухэтапного методов по точности оценивания координат излучателя начинают проявляться при уменьшении уровня сигнала ниже некоторого порога, ког-

да возникают аномальные ошибки измерений. Для демонстрации влияния подобного эффекта рассмотрим структуру устройства пеленгования, показанную на рис. 5. В данном случае предусмотрены следующие упрощения. Узкобазовая подсистема содержит четыре ТП, каждая из которых представляет собой антенну с круговой диаграммой направленности в азимутальной плоскости плюс РПТ. На основании (25) легко продемонстрировать известный результат (см., например, [6, с. 221]), что точность измерения азимута и угла места прямо пропорциональна расстоянию между крайними антеннами. В то же время для данной конфигурации должно выполняться условие $d < \lambda/2$, где $\lambda = c/f_0$ – длина волны принимаемого сигнала. Используем соотношение $2d = 0.8\lambda$. Кроме того, предположим, что устройство пеленгования и излучатель находятся в одной плоскости. Выберем ситуацию при которой $N = 1$. Это соответствует случаю, когда измеряется единичный пеленг на излучатель или проводится первая оценка линии положения при пролетном методе местоопределения. Тогда $Z_{nm_n} = 0$ ($m_n = \overline{1, 4}$, $n = 1$), $Z_n = 0$. Допустим, что спектральные плотности мощности сигнала и шума являются одинаковыми для всех ТП и равномерными в полосе частот $2\Delta_f = f_2 - f_1$. При этом $G_{\xi_{nm_n}}(f) = G_{\xi_{kl_k}}(f) = G_{\xi}$, $G_s(f) = G_s$, $q_{nm_n}(f) = q_{kl_k}(f) = q$ ($q = aG_s/G_{\xi}$). В этом случае выражение (23) имеет вид (индекс n опущен)

$$\mathcal{L}(\alpha, a) = 0.5 \left\{ (q^{-1} + 4)^{-1} G_{\xi}^{-1} \sum_{m=1}^4 \int_{f_1}^{f_2} U_m(f) U_m^*(f) df - \right. \\ \left. - 2T_n \Delta_f \ln(1 + 4q) \right\} + (q^{-1} + 4)^{-1} G_{\xi}^{-1} L_1(\alpha), \quad (29)$$

где

$$\mathcal{L}_1(\alpha) = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=l+1}^4 \left\{ \left[\int_{f_1}^{f_2} |U_m(f)| |U_l(f)| \sin(\varphi_m(f) - \varphi_l(f)) df \right]^2 + \left[\int_{f_1}^{f_2} |U_m(f)| |U_l(f)| \cos(\varphi_m(f) - \varphi_l(f)) df \right]^2 \right\} \times \\ \times \cos \left(2\pi \frac{f_0}{c} ((X_m - X_l) \cos(\alpha) + (Y_m - Y_l) \sin(\alpha)) + \Phi_{ml} \right), \\ \Phi_{ml} = \arctan \left\{ \frac{\int_{f_1}^{f_2} |U_m(f)| |U_l(f)| \sin(\varphi_m(f) - \varphi_l(f)) df}{\int_{f_1}^{f_2} |U_m(f)| |U_l(f)| \cos(\varphi_m(f) - \varphi_l(f)) df} \right\}$$

– разность псевдофаз между сигналами m -й и l -й ТП.

Оценку азимута α можно получить в явном виде, если в (29) оставить всего два слагаемых, соответствующих двум ортогональным парам ТП₁–ТП₃ ($l = 1, m = 3$) и ТП₂–ТП₄ ($l = 2, m = 4$). Тогда

$$\hat{\alpha}_1 = \arctan(\Phi_{24}, \Phi_{13}). \quad (30)$$

Здесь учтено, что $\Phi_{24} = -\Phi_{42}$, $\Phi_{13} = -\Phi_{31}$.

Полученное соотношение интересно потому, что позволяет достаточно просто найти пеленг излучателя. Оптимальную (максимально правдоподобную) оценку ищем более сложным способом:

$$\mathcal{L}_1(\hat{\alpha}) = \max_{\alpha \in A} \mathcal{L}_1(\alpha). \quad (31)$$

Ниже будет проведен анализ работы эвристического (30) и оптимального (31) алгоритмов измерения пеленга путем моделирования на ПЭВМ.

Уровень сигнала оценивается по правилу

$$\mathcal{L}_2(\hat{a}) = \max_{a \in A} \mathcal{L}_2(a), \quad (32)$$

где

$$\mathcal{L}_2(a) = 0.5 \left\{ (q^{-1} + 4)^{-1} G_{\xi}^{-1} \sum_{m=1}^4 \int_{f_1}^{f_2} U_m(f) U_m^*(f) df - \right.$$

$$\left. \hat{a} = \frac{1}{4} \left\{ \left[\frac{1}{4} \sum_{m=1}^4 \int_{f_1}^{f_2} U_m(f) U_m^*(f) df + 2\mathcal{L}_1(\hat{\alpha}) \right] / (2T_n \Delta_f) - G_{\xi} \right\} / G_s. \quad (33)$$

Оценки, получаемые при помощи (31), (32), являются оптимальными только при единичном измерении ($N = 1$). При измерении координат, т.е. когда $N > 1$, приведенные результаты можно рассматривать лишь как вспомогательные, позволяющие упростить реализацию одноэтапного алгоритма (14), в котором необходимо оценивать не только вектор координат $\mathbf{r}$, но и неинформативный параметр $\mathbf{a}$. При помощи выражения (33) можно получить достаточно точное приближение для a_n ($n = \overline{1, N}$). Как показало моделирование, доуточнение первого приближения, полученного при помощи (33), при реализации (14) не требуется.

Конкретизируем теперь выражение (25) для рассматриваемого случая. Учтем, что $\mathfrak{B}_n = -\frac{d}{c} \|\sin(\alpha) + \cos(\alpha), 2\sin(\alpha), \sin(\alpha) - \cos(\alpha)\|^T$, $\Phi_{\mathbf{T}_{\mathbf{f}_n}}^{-1} = P(4\mathbf{E} - 1)$, $P = 16\pi^2 T_n f_0^2 \Delta_f^2 / (1 + 4q)$. Тогда

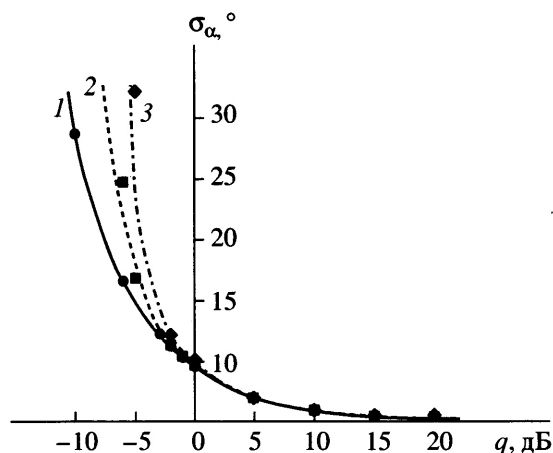


Рис. 6.

$$\left. - 2T_n \Delta_f \ln(1 + 4q) \right\} + (q^{-1} + 4)^{-1} G_{\xi}^{-1} \mathcal{L}_1(\hat{\alpha}).$$

Взяв производную от $\mathcal{L}_2(a)$ (учитываем, что $q = aG_s/G_{\xi}$) и приравняв ее к нулю, получим оценку амплитуды сигнала a в явном виде:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_n = \sigma_{\alpha}^2 &= \left[\frac{d^2}{c^2} P(4\mathfrak{B}_n^T \mathfrak{B}_n - \mathfrak{B}_n^T \mathbf{1} \mathfrak{B}_n) \right]^{-1} = \\ &= \frac{(1 + 4q)^2}{128\pi^2 T_n f_0^2 \Delta_f^2 d^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Отметим, что дисперсия σ_{α}^2 не зависит от α . Таким образом, для конфигурации антенной системы, представленной на рис. 5, потенциальная точность измерения пеленга не зависит от направления прихода сигнала.

На рис. 6 представлена зависимость погрешности измерения пеленга σ_{α} от отношения сигнал/шум q . Кривая 1 – теоретическая потенциальная погрешность, рассчитанная на основании (34); кривые 2 и 3 – погрешности измерения пеленга по правилам (31) и (30) соответственно, полученные путем моделирования на ПЭВМ. Исходные данные для расчетов выбраны следующие: $f_0 = 100$ МГц (соответственно, $\lambda = 1.5$ м), $d = 0.6$ м, $2\Delta_f = 32$ кГц, $T_n = 1$ мс, $G_s = G_{\xi} = 1$ пВт/Гц. Дисперсию измере-

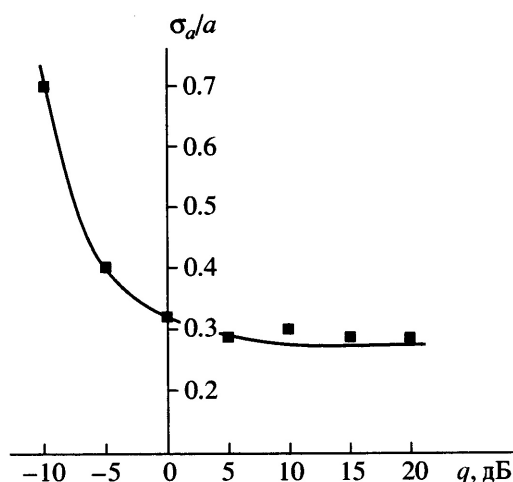


Рис. 7.

ния пеленга на излучатель оценивали по правилу

$\text{var}_\alpha = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\hat{\alpha}_n - \alpha_n)^2$, где N – число испытаний; α_n – истинное значение пеленга.

Заметим, что основная цель этого моделирования – дополнительная проверка справедливости приближений и допущений, сделанных при выводе выражения (34), описывающего потенциальную точность измерений единичного пеленга, а также проведение сравнительного анализа алгоритма оценивания пеленга в явном виде (30) и оптимального алгоритма (31). Данные моделирования, относящиеся к области $q < 0$, граница (34) уже не описывает, и они имеют лишь качественный характер, поскольку в этом случае свою роль начинают играть так называемые аномальные погрешности измерений. Увеличение числа испытаний для указанной области не приводит к более устойчивым результатам. Кроме того, выборочная дисперсия var_α при наличии аномальных ошибок перестает нести информацию о качестве работы того или иного алгоритма. Более объективную картину можно получить, если вычислять не var_α , а вероятность аномальной ошибки измерений.

Как отмечено выше, оценка амплитуд по правилу (33) является хорошим начальным приближением для элементов вектора $\mathbf{a}$ при поиске максимума ФП (12). Посмотрим, насколько потенциальная точность измерения амплитуды выше точности измерений, осуществляемых в соответствии с (33).

На рис. 7 представлена зависимость $\frac{\sigma_a}{a}$ от отношения сигнал/шум q . Сплошная линия соответствует теоретической погрешности, рассчитанной в соответствии с (21); точки – значениям относительных погрешностей оценивания амплитуды по правилу (33), полученным путем моделирования

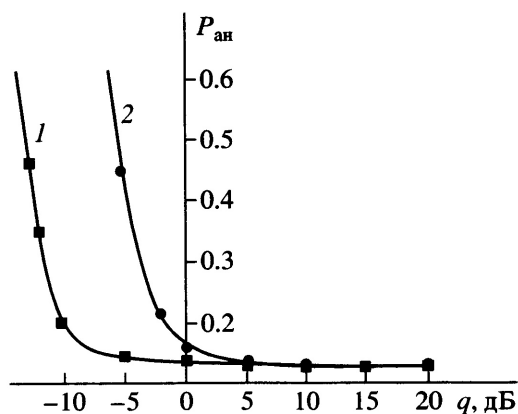


Рис. 8.

на ПЭВМ. Как видно из графика, погрешности оценивания уровня сигнала хорошо описываются границей Крамера–Рао, в том числе и при низких отношениях сигнал/шум.

Цель проведенных модельных исследований – дополнительная проверка правильности допущений, сделанных при выводе выражений, относящихся к пеленгационному алгоритму, выявление порога, при котором возможна нормальная работа алгоритма, а также выяснение возможности сокращения времени поиска максимума ФП в одноэтапном алгоритме за счет использования в качестве первого приближения вектора амплитуд $\mathbf{a}$ значений, найденных по правилу (33).

Перейдем теперь к анализу одноэтапного алгоритма и сравним его эффективность с пеленгационным алгоритмом. Для получения возможности измерения координат должно выполняться условие $N > 1$. В этом случае потенциальные точности измерения координат одноэтапным и пеленгационным алгоритмами совпадают и описываются следующим образом:

$$\Phi_{\text{од}} = \Phi_{\text{пел}} = \begin{vmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy}^2 \\ \sigma_{xy}^2 & \sigma_y^2 \end{vmatrix} = \sigma_r^2 \mathbf{B}_{rN}^{-1}, \quad (35)$$

где

$$\mathbf{B}_{rN} = \begin{vmatrix} B_1 & B_2 \\ B_2 & B_3 \end{vmatrix}; \quad B_1 = \sum_{n=1}^N \frac{\sin^2 \alpha_n}{R_n};$$

$$B_2 = \sum_{n=1}^N -\frac{\sin \alpha_n \cos \alpha_n}{R_n}; \quad B_3 = \sum_{n=1}^N \frac{\cos^2 \alpha_n}{R_n}.$$

Проведем сравнительный анализ путем моделирования одноэтапного и пеленгационного алгоритмов для следующей системы определения

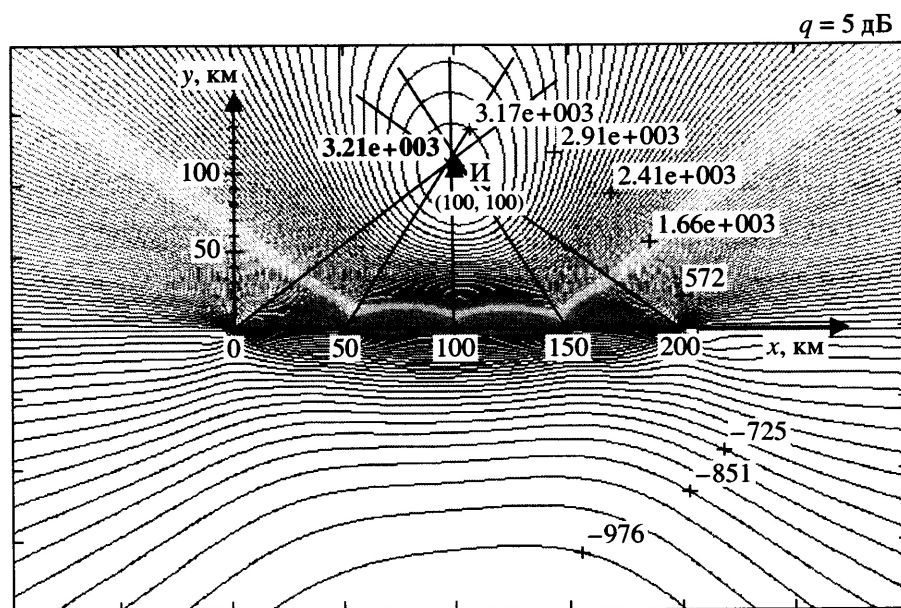


Рис. 9.

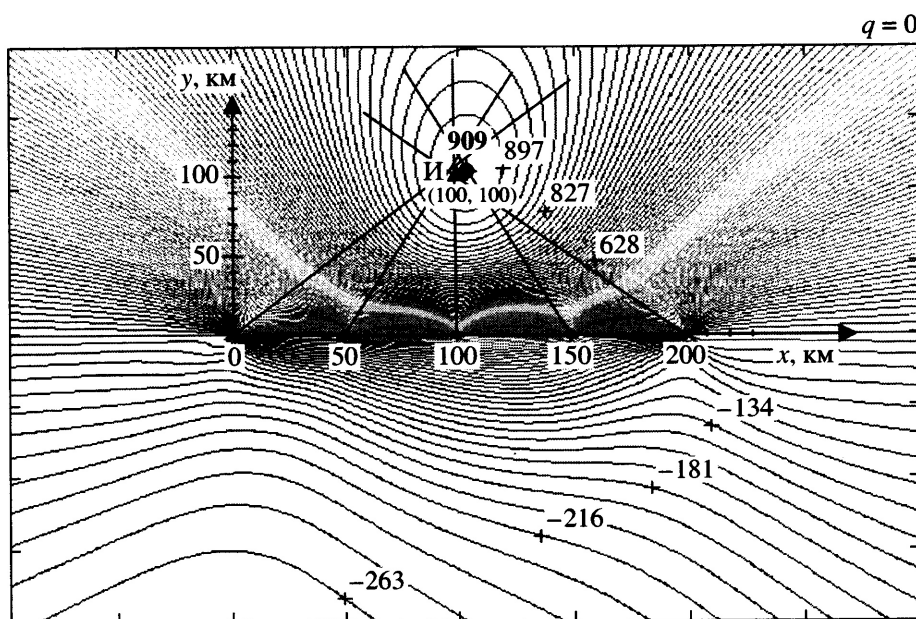


Рис. 10.

координат излучателя. В пространстве в течение некоторого времени перемещается носитель, на борту которого находится УП с конфигурацией антенно-фидерной системы, изображенной на рис. 5. Рассмотрим задачу определения координат излучателя на плоскости. При этом предполагаем, что в случае, если носитель – летательный аппарат, расстояние от излучателя до носителя много больше высоты полета (т.е. высотой полета пре-

небрегаем). Позиции, в которых проводятся измерения, отмечены на рис. 9–13 точками на оси Ox .

В качестве исходных параметров выбраны следующие данные: координаты излучателя $X_{\text{и}} = 100 \text{ км}$, $Y_{\text{и}} = 100 \text{ км}$; координаты пяти позиций, в которых проводятся измерения в км, $\mathbf{r} = \|\mathbf{r}_1^T, \dots, \mathbf{r}_5^T\| = \|[0.0; 50.0; 100.0; 150.0; 200.0]\|$; размер площади, в которой может находиться излучатель,

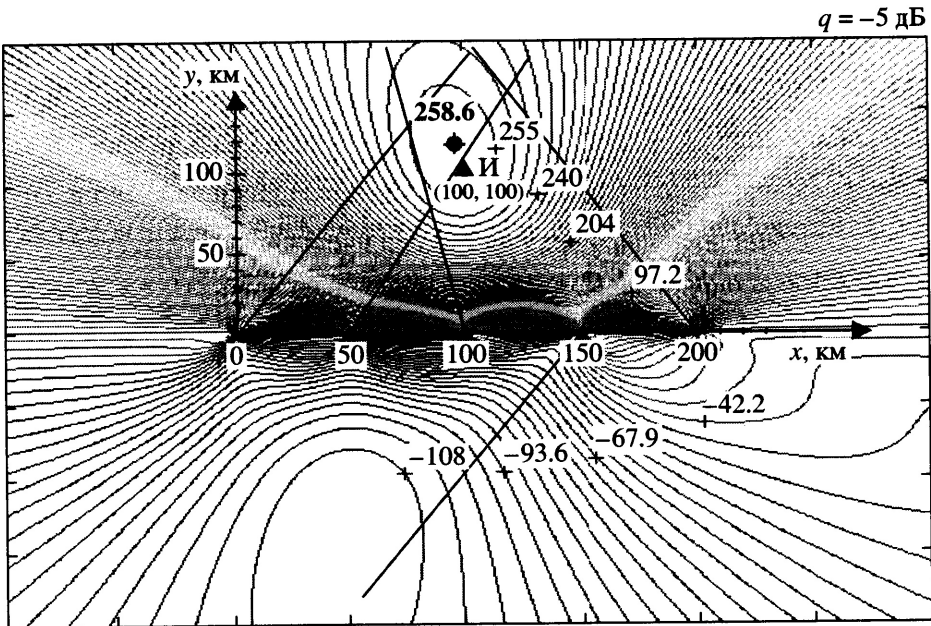


Рис. 11.

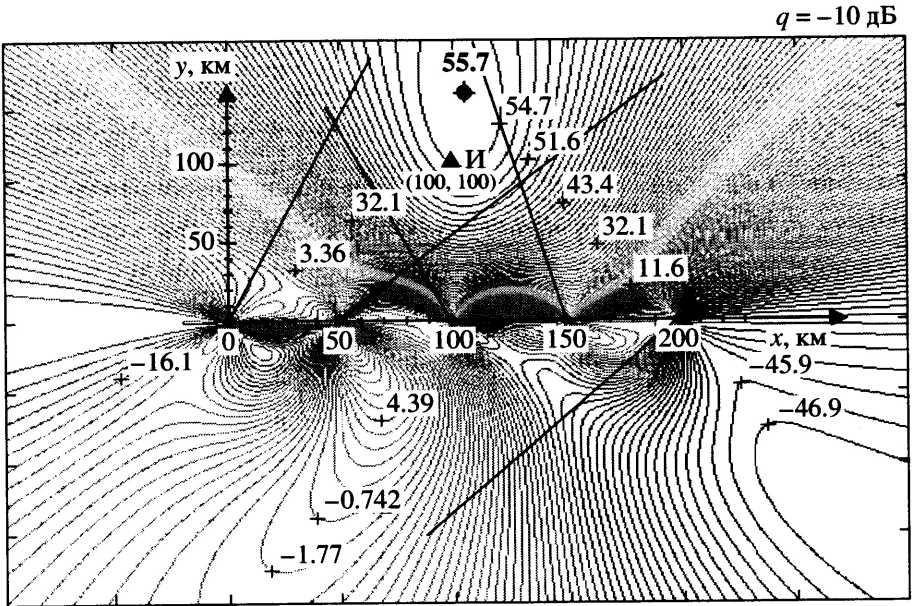


Рис. 12.

400 × 400 км; центральная частота сигнала 100 МГц; значение промежуточной частоты меньше половины частоты квантования сигнала и равно 20 МГц; число отсчетов во временной области 131072 на интервале наблюдения $T_n = 1$ мс; частота квантования сигнала 131072 кГц; ширина полосы сигнала 32 кГц.

Качество работы одноэтапного и пеленгационного алгоритмов сравним при использовании вероятности аномальной оценки координат излучате-

ля, под которой понимаем вероятность того, что модуль ошибки $\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$ ($\Delta_x = \hat{X} - X_n, \Delta_y = \hat{Y} - Y_n$, где $\hat{X}, \hat{Y}$ и X_n, Y_n – соответственно измеренные и истинные координаты излучателя) превышает величину $3\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$, где σ_x^2 и σ_y^2 – диагональные элементы матрицы $\Phi_{од}$ в (35).

На рис. 8 представлена зависимость вероятности аномальной оценки $P_{ан}$ от отношения сигнал/шум q

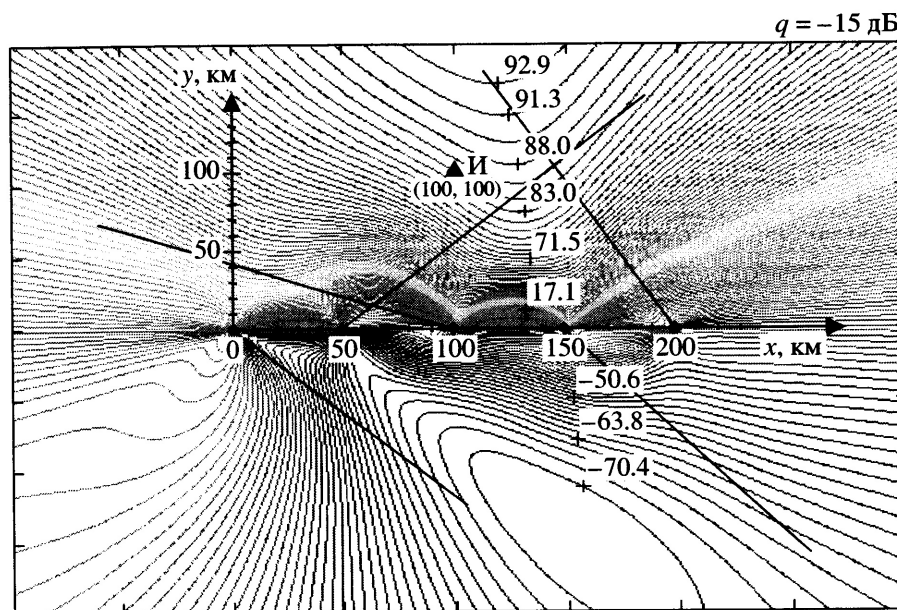


Рис. 13.

для одноэтапного (кривая 1) и двухэтапного (кривая 2) алгоритмов. Как видим, для выбранных условий синтезированный одноэтапный алгоритм имеет преимущество перед двухэтапным (пеленгационным) при малых отношениях сигнал/шум примерно в 6...8 дБ.

Указанное преимущество обусловлено следующим. Правило оценивания координат (26) по измеренным пеленгам получено в предположении, что распределение ошибок измерений пеленгов подчиняется нормальному закону. Это справедливо для больших отношений сигнал/шум. При уменьшении уровня сигнала закон распределения ошибок измерений пеленгов все больше начинает отличаться от нормального. Следовательно, алгоритм (26) перестает быть оптимальным. Наиболее существенным проигрыш в точности определения координат излучателя становится при появлении аномальных ошибок в измерении пеленгов.

Выигрыш одноэтапного алгоритма по сравнению с пеленгационным дополнительно поясняют рис. 9–13. Здесь показаны линии равных положений ФП одноэтапного алгоритма в зависимости от координат x и y для разных отношений сигнал/шум (концентрические линии вокруг маленького кружочка, помеченного крестиком, изображающего измеренное одноэтапным методом местоположение излучателя) совместно с линиями пеленгов (лучи, исходящие из измерительных позиций), формируемых пеленгационным алгоритмом. На представленных рисунках крестики указывают на линии равных значений ФП, для которых рядом отмечена ее величина. Треугольником с расположенной рядом буквой И отмечено ис-

тинное местоположение излучателя. Каждый рисунок отображает картину однократного наблюдения за излучателем из пяти вышеуказанных позиций. ФП в зависимости от x и y вычисляли в соответствии с (12). Значения составляющих вектора a для (12) определяли из (33). Оценку пеленга для каждой из пяти позиций проводили в соответствии с (31). Анализируя рис. 9–13, можно заметить, что при отношении сигнал/шум, меньшем нуля децибел, пеленгационная система начинает работать все хуже, поскольку аномальные ошибки приводят к тому, что измеряемое направление на излучатель может “смотреть” в любую сторону. Поэтому попытки улучшить качество измерения координат излучателя за счет накопления пеленговой информации при использовании известных алгоритмов, подобных (26), не дают желаемого результата. Можно предложить ряд процедур, позволяющих отсеивать (не принимать в расчет) аномальные измерения пеленгов. В этом случае в качестве эталона работы системы местоопределения будет служить одноэтапный метод определения координат излучателя, а полученные на основе тех или иных соображений эвристические процедуры будут сравниваться с одноэтапным алгоритмом для оценки величины проигрыша в точности измерения координат.

Для одноэтапной и двухэтапной (пеленгационной) систем местоопределения при их технической реализации эти различия имеют в основном программный характер. Как один из возможных вариантов реализации рассматриваемых систем на рис. 14 в обобщенном виде представлена структурная схема измерителя координат, располагающегося на борту перемещающегося в пространстве

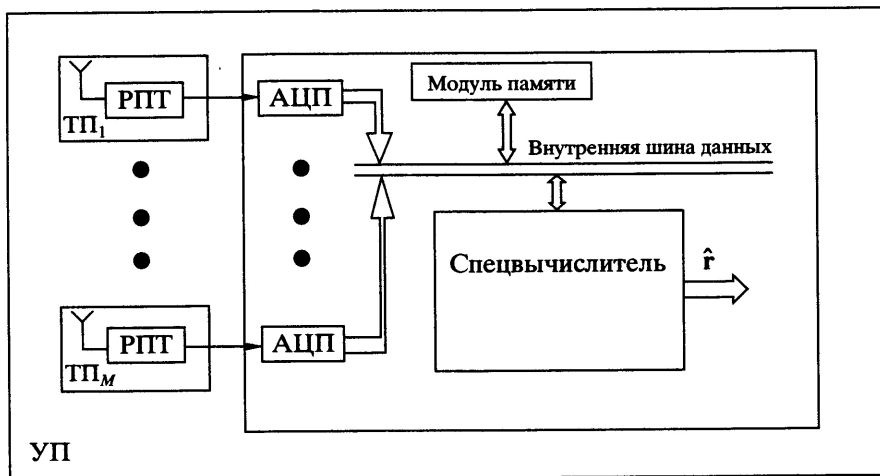


Рис. 14.

носителя. Измеритель содержит M точек приема, M аналого-цифровых преобразователей, спецвычислитель и необходимую периферию для обеспечения их работы (модули памяти, внутреннюю шину данных и т.д.). Такое построение измерительной системы позволяет реализовать как одноэтапный алгоритм (14), так и двухэтапный (22), (26). Различие в реализации будет обеспечивать спецвычислитель, который может быть запрограммирован на выбранный алгоритм измерений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом максимального правдоподобия получен алгоритм одноэтапного оценивания местоположения излучателя пассивной системой, состоящей из узкобазовых подсистем. Предложенная одноэтапная система местоопределения может быть реализована на базе одного перемещающегося в пространстве носителя. При этом затраты на аппаратную часть двухэтапной (пеленгационной) и одноэтапной систем практически равны.

Анализ одноэтапного и двухэтапного (пеленгационного) алгоритмов показал, что точности измерения координат в обоих случаях одинаковы

при условии, когда отношение сигнал/шум превышает некоторое пороговое значение, при котором возможна нормальная работа пеленгационного алгоритма. Однако при определении координат источников слабых сигналов, когда принимаемые сигналы соизмеримы по мощности с шумом, целесообразно пользоваться одноэтапным алгоритмом, имеющим более низкое пороговое отношение сигнал/шум.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубровин А.В., Сосулин Ю.Г. // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 12. С. 1486.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
4. Денисов В.П. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. № 8. С. 1631.
5. Torriery D.J. // IEEE Trans. 1984. V. AES-20. № 2. P. 183.
6. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.