

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.396.62

ОДНОЭТАПНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА  
РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПАССИВНОЙ СИСТЕМОЙ

© 1998 г. А. В. Дубровин, Ю. Г. Сосулин

Поступила в редакцию 21.01.94 г.

Рассмотрены проблемы анализа и реализации алгоритма одноэтапного оценивания местоположения излучателя. Предложена методика расчета ковариационной матрицы ошибок для одноэтапного алгоритма. Проведен также сравнительный анализ одноэтапного и двухэтапного алгоритмов. Показано, что они имеют одинаковую точность при отношении сигнал/шум выше некоторого порогового значения. Показано, что преимущество в точности оценивания одноэтапного алгоритма по сравнению с двухэтапным проявляется при низких отношениях сигнал/шум, когда имеют место аномальные погрешности измерений.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все больший интерес вызывают широкобазовые пассивные системы определения местоположения излучателей. Под широкобазовой здесь понимаем систему, в которой расстояние между ближайшими приемными пунктами много больше длины волны принимаемого сигнала и соизмеримо с дальностью до излучателя.

Одним из примеров широкобазовых систем является разностно-дальномерная. Задача определения местоположения излучателя в ней обычно решается в два этапа. На первом этапе оцениваются временные запаздывания между сигналами, принятыми пространственно разнесенными приемниками, на втором этапе на основании измеренных запаздываний – координаты излучателя.

Единая задача оценивания местоположения излучателя рассмотрена в [1]. Однако наиболее полно эта проблема освещена в [2], где получен оптимальный (по критерию максимума правдоподобия) одноэтапный алгоритм оценивания базового вектора задержек, однозначно связанного с координатами излучателя, который можно трактовать и как алгоритм оценивания собственно координат. В отличие от данной работы, где измеряемыми параметрами являются координаты излучателя, в [2], в качестве оцениваемых параметров выступает вектор независимых задержек, размерность которого равна двум при рассмотрении ситуации на плоскости и трем – в пространстве.

В данной работе рассматриваются одноэтапный алгоритм оптимального оценивания координат, а также двухэтапный измеритель координат, в котором на первом этапе оптимальным образом – методом максимального правдоподобия – измеряются задержки, а на втором этапе также оптимально оцениваются координаты. При этом

используется отличная от [2] модель сигнала: независимыми предполагают не разности неизвестных фаз сигналов на входах приемных пунктов, а разности фаз сигналов между первым и другими приемными пунктами. Рассматривается также более простой эвристический способ поиска решения, совпадающий по сути с одноэтапным алгоритмом [2], но отличающийся тем, что сканирование с целью поиска максимума проводится здесь в пространстве координат, а не в пространстве базовых задержек. Предложена методика и проведены расчеты потенциальных точностей для одноэтапного и двухэтапного алгоритмов.

Проведенный анализ показал, что одноэтапный и двухэтапный алгоритмы имеют одинаковую точность при малых погрешностях измерений. Однако это не означает, что оценки координат излучателей двухэтапным методом являются оптимальными. Это особенно заметно при малых отношениях сигнал/шум, когда начинают проявляться аномальные ошибки измерений. Результаты моделирования на ЭВМ показывают, что рассмотренный в данной работе одноэтапный алгоритм имеет более низкое пороговое отношение сигнал/шум, при котором возможна нормальная работа измерителя.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется излучатель (И), излучающий узкополосный сигнал  $s(t)$ , расположенный в частотном диапазоне на интервале от  $f_1$  до  $f_2$ . Этот сигнал принимается  $N$  пространственно разнесенными приемниками  $\Pi_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ) измерительной системы и смешивается с шумами  $\xi_n(t)$ . Сигнал и шумы являются эргодическими, стационарными, независимыми гауссовскими процессами с нулевыми средними. Предполагаем, что принятые сигналы либо ретранслируются, либо передаются в циф-

ровом виде на центральный пункт обработки (ЦПО). Компенсация дополнительных запаздываний между сигналами, обусловленных различием расстояний между приемниками и ЦПО при ретрансляции, и синхронизация таймеров на приемниках при аналого-цифровом преобразовании сигнала проводятся с точностью до некоторой неслучайной, но не известной величины  $\chi$ , значение которой может составлять несколько периодов сигнала (один период равен  $1/f_0$ , где  $f_0 = (f_2 + f_1)/2$  — центральная частота), при этом должно быть соблюдено условие  $\chi_{\max} 2\Delta_F \ll 1$ , где  $\Delta_F = (f_2 - f_1)/2$ , причем  $2\Delta_F \ll f_0$ . Таким образом, модель сигналов, наблюдаемых в ЦПО, можно представить в виде

$$y_n(t) = s_n(t) + \xi_n(t), \quad (1)$$

и для частотной области

$$\mathcal{Y}_n(f) = S_n(f) + \Xi_n(f),$$

где

$$\mathcal{Y}_n(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_n(t) \exp(-j2\pi ft) dt = F(y_n(t)),$$

$$S_n(f) = F(s_n(t)), \quad \Xi_n(f) = F(\xi_n(t)),$$

$F$  — оператор преобразования Фурье;  $s_n(t) = a_n s(t - D_n)$ ,  $n = \overline{1, N}$  — полезный сигнал на входе  $n$ -го приемника;  $a_n$  — коэффициент затухания сигнала  $s(t)$  при его прохождении от излучателя И до  $\Pi_n$ ;  $D_n = \tau_n(\mathbf{Z}) + \chi_n$  — время распространения сигнала  $s(t)$  от И до  $\Pi_n$  ( $\tau_n(\mathbf{Z}) = R_n(\mathbf{Z})/c$ ) плюс погрешность синхронизации ( $\chi_n$ );  $R_n(\mathbf{Z}) = \sqrt{(\mathbf{Z}_n - \mathbf{Z})^T (\mathbf{Z}_n - \mathbf{Z})}$  — расстояние от излучателя до  $n$ -го приемника;  $c$  — скорость распространения сигнала;  $\mathbf{Z} = \|X_I, Y_I, Z_I\|^T$  — координаты излучателя;  $\mathbf{Z}_n = \|X_n, Y_n, Z_n\|^T$  — координаты  $n$ -го приемника;  $T$  — операция транспонирования.

Оценку координат излучателя будем искать методом максимального правдоподобия. Предположим, что известны ковариационные функции сигнала  $s_n(t)$  и шума  $\xi_n(t)$  ( $n = \overline{1, N}$ ):

$$K_{s_n}(\tau) = M[s_n(t)s_n(t-\tau)],$$

$$K_{\xi_n}(\tau) = M[\xi_n(t)\xi_n(t-\tau)], \quad M[s_n(t)] = 0, \quad (2)$$

$$M[\xi_n(t)] = 0.$$

В соответствии с моделью наблюдаемых сигналов (1) ковариационные функции собственно полезных сигналов различаются лишь амплитудными множителями, поэтому все функции можно

выразить через какую-либо одну, например первую, тогда

$$K_{s_n}(\tau) = \alpha_n^2 K_{s_1}(\tau), \quad (3)$$

где  $\alpha_n = a_n/a_1$ , ( $\alpha_1 = 1$ ).

Так как сигнал и шум не зависимы, то ковариационная функция наблюдаемого сигнала

$$K_{y_n y_n}(\tau) = M[y_n(t)y_n(t-\tau)] = K_{s_n}(\tau) + K_{\xi_n}(\tau). \quad (4)$$

Для упрощения дальнейших записей введем обозначение  $K_s(\tau) \equiv K_{s_1}(\tau)$ , и пусть

$$\begin{aligned} K_{s_{nk}}(\tau, D_{nk}) &= M[s_n(t)s_k(t-\tau)] = \\ &= \alpha_n \alpha_k K_s(\tau - D_{nk}), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $D_{nk} = D_n - D_k = \tau_{nk}(\mathbf{Z}) + \chi_{nk}$ ;  $\tau_{nk}(\mathbf{Z}) = \tau_{nl}(\mathbf{Z}) - \tau_{kl}(\mathbf{Z})$ ;  $\tau_{nl}(\mathbf{Z}) = \tau_n(\mathbf{Z}) - \tau_l(\mathbf{Z})$ ;  $\chi_{nk} = \chi_{nl} - \chi_{kl}$ ;  $\chi_{nl} = \chi_n - \chi_l$ ;  $\chi_{nk}$  — погрешность синхронизации  $n$ -го приемника относительно  $k$ -го.

Учитывая (1), (3) и предположение о независимости сигнала и шумов, а также взаимной независимости шумов, получаем

$$K_{y_n y_k}(\tau, D_{nk}) = K_{s_{nk}}(\tau, D_{nk}). \quad (6)$$

На основании (3) можно записать выражения для спектральных плотностей [3] рассматриваемых сигналов и шумов:

$$\begin{aligned} G_s(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} K_s(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau, \\ G_{\xi_n}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\xi_n}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau, \quad n = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (7)$$

С учетом (4) — (6) получим

$$\begin{aligned} G_{y_n y_n}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} K_{y_n y_n}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau = \\ &= \alpha_n^2 G_s(f) + G_{\xi_n}(f), \\ G_{y_n y_k}(f, D_{nk}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} K_{y_n y_k}(\tau, D_{nk}) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau = \\ &= \alpha_n \alpha_k G_s(f) \exp(-j2\pi f D_{nk}), \quad n \neq k. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, взаимная спектральная плотность  $G_{y_n y_k}(f, D_{nk})$  и взаимная ковариационная функция  $K_{y_n y_k}(\tau, D_{nk})$  известны с точностью до неизвестной задержки  $D_{nk}$ , зависящей от вектора координат излучателя  $\mathbf{Z}$  и ошибки синхронизации  $\chi_{nk}$ .

Для того чтобы записать функцию правдоподобия ( $\Phi\Gamma$ ), ограничим сигнал по времени от

$-T_h/2$  до  $+T_h/2$ . Предположим также, что время наблюдения  $T_h$  много больше максимальной возможной задержки  $D_{nk \text{ макс}} (n, k = \overline{1, N}, n \neq k)$ , а также много больше ширины корреляционных функций (интервалов корреляции) как сигнала, так и шумов. Тогда

$$P(\mathbf{Y}|\mathbf{Z}, \mathbf{H}) = C_h \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{Y}^T \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) \mathbf{Y}^*\right], \quad (9)$$

где  $C_h = (2\pi)^{-IN/2} |\mathbf{G}(\mathbf{Z}, \mathbf{H})|^{-1/2}$  — нормирующий множитель;  $\mathbf{H} = \|\chi_{21}, \dots, \chi_{N1}\|^T$ ;

$$\mathbf{Y} = \|\mathbf{Y}^T(0), \dots, \mathbf{Y}^T(I-1)\|^T;$$

$$\mathbf{Y}(i) = \|\mathbf{y}_{\Delta 1}(i), \dots, \mathbf{y}_{\Delta N}(i)\|^T;$$

$$\mathbf{y}_{\Delta n}(i) = \frac{1}{T_h} \int_{-T_h/2}^{+T_h/2} y_n(t) \exp(-j2\pi i f_\Delta t) dt;$$

$$n = \overline{1, N}; \quad i = \overline{0, I-1}; \quad f_\Delta = \frac{1}{T_h};$$

$\mathbf{G}(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) = M(\mathbf{Y}^T, \mathbf{Y}^*) = \text{diag}(\mathbf{D}(\mathcal{G}_s(i)\mathbf{A}\mathbf{1}\mathbf{A} + \mathbf{G}_\xi(i))\mathbf{D}^*) = \text{diag}(\mathcal{G}_s(i)\mathbf{D}\mathbf{A}(1 + \mathbf{C}(i))\mathbf{A}\mathbf{D}^*)$  — матрица размером  $IN \times IN$ , состоящая из  $I \times I$  подматриц размером  $N \times N$ , из которых не являются нулевыми только  $i, j$ -е подматрицы, расположенные на диагонали (т.е. при  $i = j, i, j = \overline{0, I-1}$ );  $\mathbf{1}$  — матрица, у которой все элементы равны единице;  $\mathbf{E}$  — единичная ма-

трица;  $\mathbf{A} = \text{diag}(\alpha_n)$ ;  $\mathbf{C}(i) = \text{diag}\left(\frac{\mathcal{G}_{\xi_n}(i)}{\mathcal{G}_s(i)\alpha_n^2}\right)$ ;  $\mathbf{G}_\xi(i) = \text{diag}(\mathcal{G}_{\xi_n}(i))$ ;  $\mathbf{D}(i) = \text{diag}(\exp(-j2\pi i f_\Delta D_n))$  — матрицы размером  $N \times N$ , у которых не равны нулю только  $n; k$ -е диагональные элементы (т.е. при  $n = k, n, k = \overline{1, N}$ );

$$\mathcal{G}_{\xi_n}(i) = \frac{1}{T_h} G_{\xi_n}(if_\Delta); \quad \mathcal{G}_s(i) = \frac{1}{T_h} G_s(if_\Delta).$$

Если учесть, что прямая матрица размером  $N \times N$ , имеющая вид  $\mathbf{Z} = \mathbf{1} + \mathbf{X}$ , где  $\mathbf{X}$  — диагональная матрица с элементами  $X_1 \dots X_N$ , при обращении принимает вид  $\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{X}^{-1}(\mathbf{E} - \delta \mathbf{1}\mathbf{X}^{-1})$ ,  $\delta = (1 + 1/X_1 + \dots + 1/X_N)^{-1}$  (это легко проверяется путем умножения прямой матрицы на обратную), то

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) &= \text{diag}\left(\mathcal{G}_s^{-1}(i)\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}^{-1}\left(\mathbf{E} - \right.\right. \\ &\left.\left.- \left(1 + \sum_{l=1}^N \frac{\alpha_l^2 \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_l}(i)}\right)^{-1} \mathbf{1}\mathbf{C}^{-1}\right)\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}^*\right) = \end{aligned} \quad (10)$$

$$= \text{diag}\left(\mathbf{D}\left(\mathbf{G}_\xi^{-1}(i) - \left(1 + \sum_{l=1}^N \frac{\alpha_l^2 \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_l}(i)}\right)^{-1} \mathbf{Q}(i)\right)\mathbf{D}^*\right),$$

где элементы матрицы  $\mathbf{Q}(i)$  имеют вид  $\mathcal{Q}_{nk}(i) = \frac{\alpha_n \alpha_k \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_n}(i) \mathcal{G}_{\xi_k}(i)} (n, k = \overline{1, N})$ . Тогда

$$\begin{aligned} P(\mathbf{Y}|\mathbf{Z}, \mathbf{H}) &= C_h \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{I-1} \mathbf{y}_{\Delta n}^*(i) \mathbf{y}_{\Delta n}(i) \times \right. \right. \\ &\times \left( \mathcal{G}_{\xi_n}^{-1}(i) - \left(1 + \sum_{l=1}^N \frac{\alpha_l^2 \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_l}(i)}\right)^{-1} \right) \mathcal{Q}_{nn}(i) - \\ &- 2 \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N \sum_{i=0}^{I-1} \mathbf{y}_{\Delta n}^*(i) Y_{\Delta k}(i) \times \\ &\times \left. \left. \left(1 + \sum_{l=1}^N \frac{\alpha_l^2 \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_l}(i)}\right)^{-1} \mathcal{Q}_{nk}(i) \exp(j2\pi i f_\Delta D_{nk}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

В соотношении (11) нормирующий множитель  $C_h$  и первая часть выражения под знаком экспоненты не зависят от  $\mathbf{Z}$  и  $\mathbf{H}$ , следовательно,

$$\ln(P(\mathbf{Y}|\mathbf{Z}, \mathbf{H})) = 2L(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) + \text{const},$$

где

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) &= \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N \sum_{i=0}^{I-1} \mathbf{y}_{\Delta n}^*(i) \mathbf{y}_{\Delta k}(i) \times \\ &\times \left(1 + \sum_{l=1}^N \frac{\alpha_l^2 \mathcal{G}_s(i)}{\mathcal{G}_{\xi_l}(i)}\right)^{-1} \mathcal{Q}_{nk}(i) \exp(j2\pi i f_\Delta D_{nk}). \end{aligned} \quad (12)$$

При достаточно большом времени наблюдения  $\mathbf{y}_{\Delta k}(i) \approx \frac{1}{T_h} \mathbf{y}_k(if_\Delta)$ .

Тогда

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) &\approx \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N \sum_{i=0}^{I-1} \mathbf{y}_n^*(if_\Delta) \mathbf{y}_k(if_\Delta) \times \\ &\times \left(1 + \sum_{l=1}^N \frac{\alpha_l^2 G_s(if_\Delta)}{G_{\xi_l}(if_\Delta)}\right)^{-1} \frac{\alpha_n \alpha_k G_s(if_\Delta)}{G_{\xi_n}(if_\Delta) G_{\xi_k}(if_\Delta)} \times \\ &\times \exp(j2\pi i f_\Delta D_{nk}) f_\Delta. \end{aligned}$$

Переходя к пределу  $f_\Delta \rightarrow 0$ , получим

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) &\approx \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{X}_n(f) \mathcal{X}_k^*(f) \times \\ &\times \exp\{j2\pi f D_{nk}\} df, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\mathcal{X}_n(f) = U_n(f)\mathcal{Y}_n(f)$ ;  $U_n(f) = \frac{\alpha_n}{G_{\xi_n}(f)} \sqrt{\frac{G_s(f)}{1 + \sum_{i=1}^N q_i(f)}}$  – частотная характеристика входного фильтра в  $n$ -м канале ( $n = \overline{1, N}$ ,  $\alpha_1 = 1$ );  $q_n(f) = \alpha_n^2 \frac{G_s(f)}{G_{\xi_n}(f)}$  – отношение сигнал/шум на входе  $n$ -го приемника.

Учитывая сделанное ранее предположение, что  $\chi_{\max} 2\Delta_f \ll 1$ , можем записать  $2\pi f D_{nk} = \pi(f - f_0)\chi_{nk} + 2\pi f \tau_{nk}(\mathbf{Z}) + 2\pi f_0 \chi_{nk} \approx 2\pi f \tau_{nk}(\mathbf{Z}) + 2\pi f_0 \chi_{nk}$ , поскольку в этом случае слагаемое  $2\pi(f - f_0)\chi_{nk} \ll \pi$  для значений  $f$ , принадлежащих интервалу  $f_1 \dots f_2$ , и для всех возможных  $\chi_{nk}$  не оказывает практически никакого влияния на результат интегрирования. Таким образом, погрешность синхронизации проявляется как чисто фазовое изменение сигнала. Следовательно,

$$L(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N \cos(2\pi f_0 \chi_{nk} + \Phi_{nk}(\mathbf{Z})) |\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})|, \quad (14)$$

где

$$\Phi_{nk}(\mathbf{Z}) = \arctg \{ \operatorname{Im}(\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})) / \operatorname{Re}(\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})) \},$$

$$\operatorname{Re}(\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})) = 2 \int_0^{+\infty} |X_n(f)| |X_k(f)| \times \cos(2\pi f \tau_{nk}(\mathbf{Z}) + \phi_{nk}(f)) df,$$

$$\operatorname{Im}(\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})) = 2 \int_0^{+\infty} |X_n(f)| |X_k(f)| \times \sin(2\pi f \tau_{nk}(\mathbf{Z}) + \phi_{nk}(f)) df,$$

$\Phi_{nk}(f) = \Phi_n(f) - \Phi_k(f)$ ;  $\Phi_i(f) = \arctg \{ \operatorname{Im}(\mathcal{X}_i(f)) / \operatorname{Re}(\mathcal{X}_i(f)) \}$  – фазочастотная характеристика  $i$ -го сигнала ( $i = n$  или  $k$ );

$$|\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})| = \sqrt{[\operatorname{Re}(\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z}))]^2 + [\operatorname{Im}(\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z}))]^2} = \\ = 2 \left\{ \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} |\mathcal{X}_n(f)| |\mathcal{X}_k(f)| |\mathcal{X}_n(v)| |\mathcal{X}_k(v)| \times \right. \\ \left. \times \cos(2\pi(f-v)\tau_{nk}(\mathbf{Z}) + (\phi_{nk}(f) - \phi_{nk}(v))) df dv \right\}^{1/2}.$$

Таким образом, оптимальный алгоритм оценивания представим в виде

$$L(\mathbf{Z}, \mathbf{H}) = \max \text{ при } \mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}}^{(0)}, \mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}}. \quad (15)$$

Как видим, в (15) для поиска максимума необходимо проводить сканирование как по простран-

ству  $\mathfrak{S}$  ( $\mathbf{H} \in \mathfrak{S}$ ), так и  $\mathfrak{B}$  ( $\mathbf{Z} \in \mathfrak{B}$ ). С точки зрения классической процедуры, получив максимально правдоподобные оценки вектора  $\mathbf{H}$ , надо подставить их в функцию правдоподобия (14), а затем искать максимум по координатам излучателя. Подобная процедура проделана в [2] при поиске максимума по задержкам в предположении, что разности фаз между всеми парами сигналов не зависят (т.е.  $\chi_{nk} \neq \chi_{n1} - \chi_{k1}$ ). В данной работе предполагаем независимыми разности фаз только между сигналами, принятыми первым и остальными приемниками (т.е.  $\chi_{nk} \neq \chi_{n1} - \chi_{k1}$ ), что, как отмечено в [2], предпочтительнее с практической точки зрения. В то же время, если для модели, принятой в [2], получено законченное решение, то для рассматриваемого случая получить в явном виде выражение, не содержащее паразитного параметра  $\mathbf{H}$ , достаточно проблематично. В связи с этим целесообразно рассмотреть более простой алгоритм, в котором проводится поиск только в пространстве  $\mathfrak{B}$ , основанный на максимизации следующей функции:

$$\mathcal{L}(\mathbf{Z}) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N |\mathfrak{Q}_{nk}(\mathbf{Z})|. \quad (16)$$

Таким образом, эвристический (для модели сигнала, принятой в данной работе) алгоритм оценивания эквивалентен оптимальному (для модели сигнала, принятой в [2]) и имеет вид

$$\mathcal{L}(\mathbf{Z}) = \max \text{ при } \mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}}^{(0)}. \quad (17)$$

Двухэтапный алгоритм состоит из двух процедур: оптимального измерения вектора задержек и окончательного оптимального оценивания собственно координат излучателя (термин “оптимальный” понимаем в том смысле, что искомые оценки ищем методом максимального правдоподобия). Если проделать все те же процедуры, которые используются для вывода (14) и (16), и при этом провести синтез не относительно  $\mathbf{Z}$ , а относительно  $\mathbf{T} = \|\tau_{21}, \dots, \tau_{N1}\|^T$ , то получим следующие правила оценивания вектора задержек:

$$L_T(\mathbf{T}, \mathbf{H}) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N \cos(2\pi f_0 \chi_{nk} + \Phi_{nk}^{(T)}(\mathbf{T})) \times \\ \times |\mathfrak{Q}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T})| = \max \quad (18)$$

– оптимальный алгоритм при  $\mathbf{T} = \hat{\mathbf{T}}^{(0)}$ ,  $\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}}$ ,

$$\mathcal{L}_T(\mathbf{T}) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=n+1}^N |\mathfrak{Q}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T})| = \max \quad (19)$$

– эвристический алгоритм при  $\mathbf{T} = \hat{\mathbf{T}}^{(0)}$ .

где  $\Phi_{nk}^{(T)}(\mathbf{T}) = \arctg\{\text{Im}(\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T}))/\text{Re}(\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T}))\}$ ,

$$\text{Re}(\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T})) = 2 \int_0^{+\infty} |\mathcal{X}_n(f)| |\mathcal{X}_k(f)| \times \\ \times \cos(2\pi f \tau_{nk} + \varphi_{nk}(f)) df,$$

$$\text{Im}(\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T})) = 2 \int_0^{+\infty} |\mathcal{X}_n(f)| |\mathcal{X}_k(f)| \times \\ \times \sin(2\pi f \tau_{nk} + \varphi_{nk}(f)) df,$$

$$\tau_{nk} = \tau_{n1} - \tau_{k1},$$

$$|\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T})| = \sqrt{[\text{Re}(\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T}))]^2 + [\text{Im}(\mathfrak{L}_{nk}^{(T)}(\mathbf{T}))]^2},$$

$\mathcal{X}_n(f)$ ,  $\varphi_{nk}(f)$  имеют тот же смысл, что и в (14).

Алгоритм второго этапа – алгоритм оценивания непосредственно координат излучателя – можно представить в виде [4]

$$\hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}_0 + (\mathbf{B}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}^{-1} (\hat{\mathbf{T}} - \mathbf{T}(\mathbf{Z}_0)), \quad (20)$$

где  $\mathbf{Z}_0 = \|X_0 Y_0 Z_0\|^T$  – координаты опорной точки;  $\mathbf{T}(\mathbf{Z}_0) = \|\tau_{21}(\mathbf{Z}_0), \dots, \tau_{N1}(\mathbf{Z}_0)\|^T$  – вектор задержек, соответствующих опорной точке ( $\tau_{n1}(\mathbf{Z}_0) = \frac{1}{c} (R_n(\mathbf{Z}_0) - R_1(\mathbf{Z}_0)); R_n(\mathbf{Z}_0) = \sqrt{(\mathbf{Z}_n - \mathbf{Z}_0)^T (\mathbf{Z}_n - \mathbf{Z}_0)}$ ;  $\mathbf{Z}_n = \|X_n Y_n Z_n\|^T$  – координаты  $n$ -го приемника);  $\mathbf{S} = M[(\hat{\mathbf{T}} - M(\hat{\mathbf{T}}))(\hat{\mathbf{T}} - M(\hat{\mathbf{T}}))^T]; (\mathbf{B}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{B})^{-1} = M[(\hat{\mathbf{Z}} - M(\hat{\mathbf{Z}}))(\hat{\mathbf{Z}} - M(\hat{\mathbf{Z}}))^T]; B_{ni} = \frac{\partial \tau_{(n+1)1}(\mathbf{Z})}{\partial r_i}$  – элементы матрицы  $\mathbf{B}$  ( $n = \overline{1, N-1}$ ,  $i = \overline{1, W}$ ,  $r_1 = X_i$ ,  $r_2 = Y_i$ ,  $r_3 = Z_i$ ,  $W = 2$  для плоскости,  $W = 3$  для пространства).

Как видим, одноэтапный алгоритм (15) (или (17)) отличается от двухэтапного (18) (или (19)) и (20) тем, что в первом случае оценка местоположения излучателя проводится путем сканирования по координатам  $\mathbf{Z}$  с целью поиска оценки  $\hat{\mathbf{Z}}$ , максимизирующей ФП. В двухэтапном же алгоритме вначале оценивается вектор задержек  $\hat{\mathbf{T}}$ , который соответствует максимуму своей ФП, и далее при использовании  $\hat{\mathbf{T}}$ , вычисляются координаты излучателя по правилу (20).

## 2. ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Потенциальная точность оценивания координат излучателя оптимальным алгоритмом определяется матричной границей Крамера–Рао  $\Phi_{\text{KP}}$ ,

равной обратной информационной матрице Фишера:

$$\Phi_{\text{KP}} = \begin{vmatrix} \Phi_{\text{KP}}^{(1)} & \Phi_{\text{KP}}^{(2)} \\ (\Phi_{\text{KP}}^{(2)})^T & \Phi_{\text{KP}}^{(3)} \end{vmatrix} = \Phi^{-1},$$

$$\text{причем } \Phi = \begin{vmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_2^T & \Phi_3 \end{vmatrix}.$$

Элементы матриц  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$ , являющиеся составляющими информационной матрицы Фишера  $\Phi$ , описываются следующим образом:

$$\mathcal{F}_{ij}^{(1)} = -M \left( \frac{\partial^2 L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial r_i \partial r_j} \right)_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})} = \\ = -M \left( \sum_{a=1}^{N-1} \sum_{b=1}^{N-1} v_{ab}^{(1)} \frac{\partial \tau_a \partial \tau_b}{\partial r_i \partial r_j} + \sum_{a=1}^{N-1} \frac{\partial L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial \tau_a} \frac{\partial^2 \tau_a}{\partial r_i \partial r_j} \right)_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})},$$

$$\mathcal{F}_{ib}^{(2)} = -M \left( \frac{\partial^2 L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial r_i \partial \chi_b} \right)_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})} = \\ = -M \left( \sum_{a=1}^{N-1} v_{ab}^{(2)} \frac{\partial \tau_a}{\partial r_i} \right)_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})}, \\ \mathcal{F}_{ab}^{(3)} = -M(v_{ab}^{(3)})_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})},$$

где

$$v_{ab}^{(1)} = \frac{\partial^2 L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial \tau_a \partial \tau_b}, \quad v_{ab}^{(2)} = \frac{\partial^2 L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial \tau_a \partial \chi_b},$$

$$v_{ab}^{(3)} = -M \left( \frac{\partial^2 L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial \chi_a \partial \chi_b} \right)_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})}, \quad i, j = \overline{1, W},$$

$$a, b = \overline{1, N-1}; \quad \tau_a = \tau_{n1}(\mathbf{Z}); \quad \chi_a = \chi_{n1}; \quad n = a+1.$$

Продифференцировав (13) и взяв математическое ожидание в точке  $\hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{H}}$ , получим

$$M \left( \frac{\partial L(\mathbf{Z}, \mathbf{H})}{\partial \tau_a} \right)_{(\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}})} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq a+1}}^N \mathcal{V}_{i(a+1)} \text{sign}(a+1-i),$$

где

$$\mathcal{V}_{i(a+1)} = j \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f}{2\pi} \mathcal{P}_{i(a+1)}(f) df,$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}; \quad a = \overline{1, N-1};$$

$$\mathcal{P}_{ab}(f) = T_h(2\pi)^2 q_a(f) q_b(f) / \left[ 1 + \sum_{n=1}^N q_n(f) \right],$$

$$V_{ab}^{(p)} = \begin{cases} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq b+1}}^N P_{i(b+1)}^{(p)}, & a = b, \\ P_{(a+1)(b+1)}^{(p)}, & a \neq b, \end{cases} \quad a, b = \overline{1, N-1};$$

$$p = \overline{1, 3}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} P_{ab}^{(1)} &= 2 \int_0^{+\infty} f^2 P_{ab}(f) df, \quad P_{ab}^{(2)} = 2 f_0 \int_0^{+\infty} f P_{ab}(f) df, \\ P_{ab}^{(3)} &= 2 f_0^2 \int_0^{+\infty} P_{ab}(f) df. \end{aligned}$$

Учитывая симметричность функции  $q_i(f)$  относительно нулевой частоты, получим  $\mathcal{V}_{ic} = 0$ . Это позволяет записать следующее выражение:

$$\Phi = \mathcal{B}^T \Phi_T \mathcal{B}, \quad (21)$$

где

$$\Phi_T = \begin{vmatrix} \Phi_T^{(1)} & \Phi_T^{(2)} \\ (\Phi_T^{(2)})^T & \Phi_T^{(3)} \end{vmatrix},$$

матрицы  $\Phi_T^{(1)}$ ,  $\Phi_T^{(2)}$  и  $\Phi_T^{(3)}$  состоят из элементов

$$V_{ab}^{(1)}, \quad V_{ab}^{(2)} \quad \text{и} \quad V_{ab}^{(3)}, \quad \mathcal{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{O}_{N-1}^{N-1} \\ \mathbf{O}_W^{N-1} & \mathbf{E} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{O}_{N-1}^{N-1}$$

$(\mathbf{O}_W^{N-1})$  – нулевая матрица, состоящая из  $N-1$  строк и  $N-1$  ( $W$ ) столбцов;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размером  $(N-1) \times (N-1)$ ; элементы матрицы  $\mathbf{B}$  описаны в пояснении к (20).

В матрице  $\Phi_{KP}$  элементом, несущим информацию о точности определения координат, является  $\Phi_{KP}^{(1)}$ . Используя блочный метод Гаусса для обращения матриц, получим

$$\Phi_{KP}^{(1)} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B})^{-1}, \quad (22)$$

где  $\mathbf{P} = (\Phi_T^{(1)} - \Phi_T^{(2)} (\Phi_T^{(3)})^{-1} (\Phi_T^{(2)})^T)^{-1}$  – матричная граница Крамера–Рао ошибок оценивания вектора задержек  $\mathbf{T}$ .

Таким образом, выражение (22) позволяет рассчитывать точностные параметры одноэтапного алгоритма оценивания координат. При реализации алгоритма (20) в качестве матрицы  $S$  можно использовать матричную границу  $\mathbf{P}$ . В этом случае выражение  $(\mathbf{B}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{B})^{-1}$ , описывающее ковариационную матрицу ошибок оценивания координат двухэтапным методом, при котором на первом этапе оценивают вектор задержек, а на втором – координаты излучателя по измеренным задержкам, совпадает с (22). Следовательно, при малых погрешностях определения местоположения излучателя потенциальные точности двухэтапного и оптимального одноэтапного методов, при котором местоположение определяется путем непосредственной обработки сигналов, принимаемых пространственно разнесенными датчиками, равны между собой, что подтверждает результаты, полученные в [2, 5, 6].

Проведем анализ матрицы  $\mathbf{P}$ . Если отношения сигнал/шум являются одинаковыми для всех приемников, т.е.  $q_i(f) = q_n(f) = q(f)$ ,  $\mathcal{P}_{in}(f) = \mathcal{P}(f)$ ,  $P_{in}^{(k)} = P^{(k)}$  ( $i \neq n, k = \overline{1, 3}$ ) тогда

$$\mathbf{P}^{-1} = P(N\mathbf{E} - \mathbf{1}), \quad (23)$$

здесь  $\mathbf{1}$  – матрица размером  $(N-1) \times (N-1)$ , у которой все элементы равны единице;

$$\begin{aligned} P &= P^{(1)} - (P^{(2)})^2 / P^{(3)}, \\ P^{(1)} &= 2 \int_0^{+\infty} f^2 \mathcal{P}(f) df, \quad P^{(2)} = 2 f_0 \int_0^{+\infty} f \mathcal{P}(f) df, \\ P^{(3)} &= 2 f_0^2 \int_0^{+\infty} \mathcal{P}(f) df, \quad \mathcal{P}(f) = T_h(2\pi)^2 \frac{q^2(f)}{1 + Nq(f)}. \end{aligned}$$

Матричная граница Крамера–Рао ошибок оценивания задержек равна

$$\mathbf{P} = \frac{1}{PN}(\mathbf{E} + \mathbf{1}). \quad (24)$$

Диагональные элементы  $\mathbf{P}$  равны и могут быть представлены в виде  $\sigma_\tau^2 = 2/PN$ . Для отношения сигнал/шум, равномерного в полосе частот  $2\Delta_F = F_2 - F_1$ , когда  $q(f) = q$ ,  $\mathcal{P}(f) = \mathcal{P}$ ,  $P^{(1)} = \left( \frac{4}{3} \Delta_F^3 + 4 f_0^2 \Delta_F \right) P$ ,  $P^{(2)} = P^{(3)} = 4 f_0^2 \Delta_F \mathcal{P}$ ,  $P = \frac{4}{3} \Delta_F^3 \mathcal{P}$ , можем записать

$$\sigma_\tau^2 = \frac{3(1 + Nq)}{8\pi^2 T_h \Delta_F^3 N q^2}. \quad (25)$$

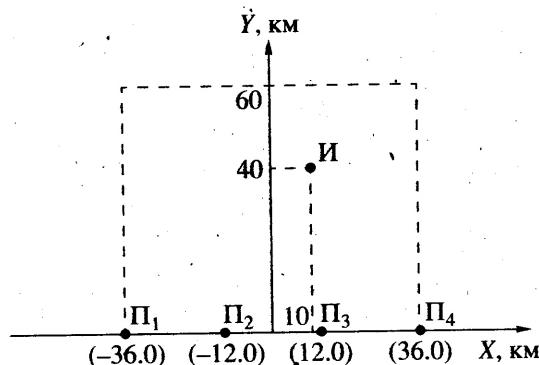


Рис. 1.

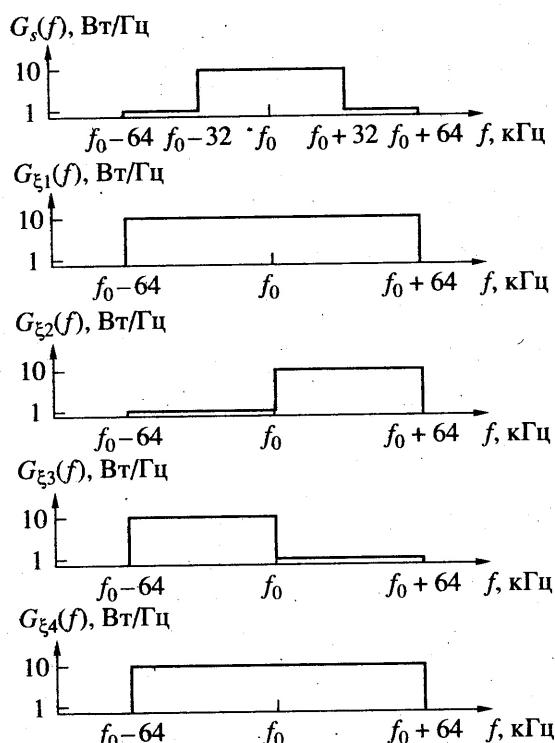


Рис. 2.

Отметим, что двухэтапный и одноэтапный алгоритмы имеют одинаковую точность, описываемую  $\Phi_{kp}^{(1)}$ , при достаточно большом отношении сигнал/шум. Однако при малом отношении сигнал/шум  $\Phi_{kp}^{(1)}$  уже не будет описывать точность определения координат излучателя. Поскольку аналитически исследовать такие ситуации практически невозможно, необходимо воспользоваться в этом случае моделированием на ЭВМ. Кроме того, поскольку эвристический алгоритм (19) не имеет строгого математического обоснования (для модели сигнала, принятой в данной работе), необходимо также воспользоваться моделирова-

нием на ЭВМ для сравнительного анализа оптимального и эвристического одноэтапных алгоритмов.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Анализ описанных алгоритмов проводили путем моделирования на ПЭВМ IBM/AT. Сравнивали алгоритмы измерения вектора задержек (18) и (19), а также двухэтапную (18), (20) и одноэтапную (15) процедуры оценивания координат на плоскости.

Геометрия взаимного расположения излучателя И и приемников П показана на рис. 1. Пунктирной линией обозначена область, в которой определяется местоположение излучателя (априори известно, что излучатель находится в выделенной области). Число приемников  $N$  равно четырем. Предполагали, что сигнал и шумы являются гауссовскими, взаимно независимыми, со спектрами, вид которых представлен на рис. 2, время наблюдения  $T_h = 0.5$  мс, шаг квантования  $T_\Delta = 0.5/1024$  мс. Полезный сигнал первого приемника генерировался сразу в частотной области. Спектры сигналов остальных приемников получаются путем умножения первого спектра на величину  $\exp(-j2\pi f_\Delta k D_{ni})$ , где  $f_\Delta = \frac{1}{T_h} = 2$  кГц, ( $k = 0, 1023, n = 1, 4$ ).

Затем полезные сигналы смешивались с шумами, которые независимо генерировались для каждого канала отдельно и поступали на входы измерительных систем, реализующих алгоритмы (18) и (19), а также (18), (20) и (15). Здесь следует сказать о реализации оптимальных алгоритмов (15) и (18). Несмотря на то, что необходимо проводить сканирование еще и по пространству  $\mathcal{H}$  ( $H \in \mathcal{H}$ ), на самом деле это не приводит к существенным временным потерям. Данное обстоятельство связано с тем, что функции  $L(Z, H)_{Z=const}$ ,  $L(T, H)_{T=const}$  являются гладкими и их максимумы, при которых  $H = \hat{H}$ , легко находятся за несколько итераций любым численным методом. Таким образом, поиск максимумов функций  $L(Z, \hat{H})$  и  $L(T, \hat{H})$  аналогичен поиску максимумов  $L(Z)$  и  $L(T)$ .

В табл. 1 представлены результаты сравнительного анализа оптимального (18) и эвристического (19) алгоритмов оценивания вектора задержек  $T = [\tau_{21} \tau_{31} \tau_{41}]^T$ . Здесь  $\mu_{lg} = 10 \lg(\mu_p)$ ,  $\mu_p$  – множитель, на который умножается спектральная плотность мощности сигнала, представленная на рис. 2 (усредненное отношение сигнал/шум по мощности, не зависящее от  $f$  в отличие от  $q$ ). Дисперсия измерения  $i$ -й задержки оценивалась как

$$\text{var}_i^{(h)} = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\hat{\tau}_{ni}^{(h)} - \bar{\tau}_i^{(h)})^2, \text{ где } N - \text{число ис-}$$

Таблица

$\mu_{lg}$	$var_1^{(1)}, \text{mc}^2$	$var_2^{(1)}, \text{mc}^2$	$var_3^{(1)}, \text{mc}^2$	$var_1^{(2)}, \text{mc}^2$	$var_2^{(2)}, \text{mc}^2$	$var_3^{(2)}, \text{mc}^2$	$var_{T1}, \text{mc}^2$	$var_{T2}, \text{mc}^2$	$var_{T3}, \text{mc}^2$
20	$9.98 \times 10^{-9}$	$9.94 \times 10^{-9}$	$1.40 \times 10^{-8}$	$9.97 \times 10^{-9}$	$9.95 \times 10^{-9}$	$1.41 \times 10^{-8}$	$9.96 \times 10^{-9}$	$9.96 \times 10^{-9}$	$1.37 \times 10^{-8}$
15	$3.20 \times 10^{-8}$	$3.22 \times 10^{-8}$	$4.42 \times 10^{-8}$	$3.21 \times 10^{-8}$	$3.24 \times 10^{-8}$	$4.41 \times 10^{-8}$	$3.17 \times 10^{-8}$	$3.17 \times 10^{-8}$	$4.36 \times 10^{-8}$
10	$1.05 \times 10^{-7}$	$1.04 \times 10^{-7}$	$1.41 \times 10^{-7}$	$1.06 \times 10^{-7}$	$1.07 \times 10^{-7}$	$1.47 \times 10^{-7}$	$1.03 \times 10^{-7}$	$1.03 \times 10^{-7}$	$1.41 \times 10^{-7}$
5	$3.51 \times 10^{-7}$	$3.50 \times 10^{-7}$	$4.80 \times 10^{-7}$	$3.52 \times 10^{-7}$	$3.60 \times 10^{-7}$	$4.81 \times 10^{-7}$	$3.47 \times 10^{-7}$	$3.47 \times 10^{-7}$	$4.76 \times 10^{-7}$
0	$1.57 \times 10^{-6}$	$2.16 \times 10^{-6}$	$7.40 \times 10^{-4}$	$1.63 \times 10^{-6}$	$2.26 \times 10^{-6}$	$7.38 \times 10^{-4}$	$1.28 \times 10^{-6}$	$1.28 \times 10^{-6}$	$1.75 \times 10^{-6}$

пытаний;  $\tau_i^n$  — истинное значение  $\tau_{(i+1)1}$ ;  $\hat{\tau}_{ni}^{(h)}$  — оценка  $\tau_{(i+1)1}$  на  $n$ -м испытании оптимальным ( $h=1$ ) и эвристическим ( $h=2$ ) методами ( $i=1, 3$ ). Теоретические значения дисперсий, т.е. диагональные элементы  $\mathbf{P}$ , обозначены как  $var_{Ti}$ . Число испытаний  $N = 1000$ . Границы 95%-ного доверительного интервала равны  $0.93 var_i^{(h)}$  и  $1.08 var_i^{(h)}$  (см. [7, с. 303]).

Как видно из таблицы, данные, полученные путем моделирования, достаточно близки к теоретическим значениям  $var_{Ti}$ . Кроме того, оптимальный и эвристический алгоритмы имеют практически одинаковую точность. Следует отметить, что при исследовании теоретических дисперсий для большого массива других исходных данных получены те же результаты. Таким образом, результаты моделирования подтверждают выводы, полученные ранее аналитически.

Сравнительный анализ одноэтапного алгоритма (15) и двухэтапного (18), (20) проводили следующим образом. Предполагали, что в отличие от предыдущего случая сигнал и шумы имеют прямоугольные спектры, ширина которых  $2\Delta_F = 128$  кГц, отношение сигнал/шум  $q$  одинаково для всех четырех приемников. В двухэтапном алгоритме вначале оптимально оценивали задержки между сигналами по правилу (18). Затем на основании измеренных задержек оценивали координаты излучателя по известному оптимальному алгоритму (20). Алгоритм функционирования одноэтапного алгоритма основан на выражении (15). Отметим, что при минимально возможном значении  $N = 3$  одноэтапный алгоритм никаких преимуществ перед двухэтапным не имеет, поскольку в последнем второй этап содержит только одно равенство  $\hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}_0$  и, таким образом, двухэтапный алгоритм состоит фактически из одного первого этапа.

В качестве критерия качества работы этих двух алгоритмов (одноэтапного и двухэтапного) выбрана вероятность аномальной оценки координат излучателя, под которой понимают вероятность того, что модуль ошибки  $\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$ , где

( $\Delta_x = \hat{X} - X_I$ ,  $\Delta_y = \hat{Y} - Y_I$ ,  $\hat{X}$ ,  $\hat{Y}$  и  $X_I$ ,  $Y_I$  — соответственно измеренные и истинные координаты излучателя) превышает величину  $3\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ , где  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  — диагональные элементы матрицы  $\Phi_{kp}^{(1)}$ .

На рис. 3 представлена зависимость вероятности аномальной оценки  $P_{an}$  от отношения сигнал/шум  $q$ . Как видим, для выбранных условий синтезированный одноэтапный алгоритм (кривая 1) имеет преимущество перед двухэтапным (кривая 2) примерно в 2–3 дБ. Данное обстоятельство объясняется тем, что при уменьшении отношения сигнал/шум ниже порогового значения помимо основного максимума ФП, соответствующего истинным параметрам сигнала, начинают появляться ложные моды, расположенные произвольно в пространстве поиска и соизмеримые по своему уровню с основным экстремумом. В более широком аспекте эта проблема обсуждается в [2].

В качестве пояснения причины получаемого выигрыша приведем следующие соображения. Представим себе характерную ситуацию, когда уровень шума стал таким, что появился ложный пик в точке  $\hat{T}$ , несколько превышающий по своему уровню основной, соответствующий точке  $T'$ , что означает сбой в работе системы и получение произвольных значений измеряемых параметров. Вполне логичен в этом случае шаг, предусматривающий селекцию тех максимумов, в которых

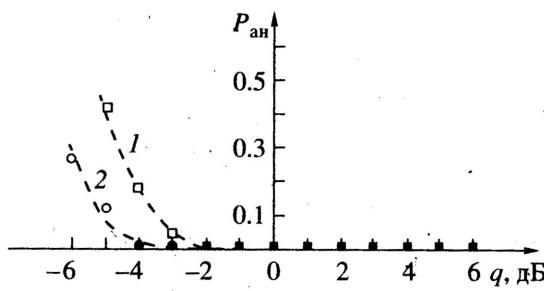


Рис. 3.

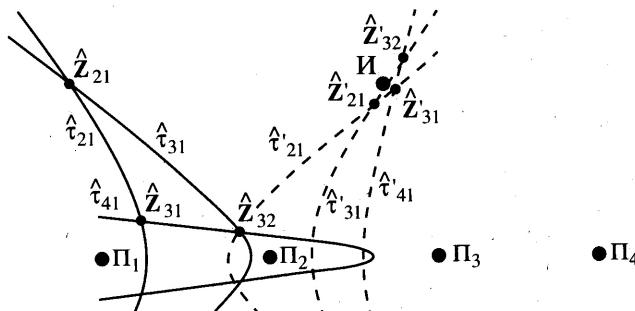


Рис. 4.

соблюдается условие  $\hat{\mathbf{Z}}_{jm} \approx \hat{\mathbf{Z}}_{ik}$  ( $|i-j| + |k-m| \neq 0$ ,  $i, j, n, m = 2, N$ ), где  $\hat{\mathbf{Z}}_{jm} = \|\hat{\mathbf{X}}_{jm} \hat{\mathbf{Y}}_{jm}\|^T$  – координаты, полученные при пересечении линий положения, соответствующих оценкам задержек  $\hat{\tau}_{j1}$  и  $\hat{\tau}_{m1}$ , что поясняет рисунок 4. Здесь сплошными линиями изображены гиперболы, соответствующие задержкам  $\hat{\mathbf{T}} = \|\hat{\tau}_{21} \hat{\tau}_{31} \hat{\tau}_{41}\|^T$ , при которых функция правдоподобия  $L_T(\mathbf{T}, \mathbf{H})$  (или  $\mathcal{L}_T(\mathbf{T})$ ) имеет глобальный максимум.

Как видим, рассчитанные на их основании координаты  $\hat{\mathbf{Z}}_{32}$ ,  $\hat{\mathbf{Z}}_{42}$  и  $\hat{\mathbf{Z}}_{43}$  существенно различаются. Следовательно, при оценивании на втором этапе координат по алгоритму (20) местоположение излучателя будет определено с большой (аномальной) погрешностью. Пунктирными линиями изображены линии гиперболы, построенные для второй по величине моды функции  $L_T(\mathbf{T}, \mathbf{H})$  ( $\mathcal{L}_T(\mathbf{T})$ ). При этом  $\hat{\mathbf{T}}' = \|\hat{\tau}_{21}' \hat{\tau}_{31}' \hat{\tau}_{41}'\|^T$  – точка, в которой вторая мода  $L_T(\mathbf{T}, \mathbf{H})$  ( $\mathcal{L}_T(\mathbf{T})$ ) имеет максимальное значение. Пересечение линий положения, соответствующих максимуму второй моды, даст координаты  $\hat{\mathbf{Z}}_{32}', \hat{\mathbf{Z}}_{42}'$  и  $\hat{\mathbf{Z}}_{43}'$ . Как видим, они группируются вокруг одной точки, т.е.  $\hat{\mathbf{Z}}_{32}' \approx \hat{\mathbf{Z}}_{42}' \approx \hat{\mathbf{Z}}_{43}'$ . Это является дополнительным признаком, свидетельствующим о том, что для вынесения решения о координатах излучателя целесообразно выбирать максимум второй моды, а не первой, несмотря на то, что максимальное значение первой моды больше, чем у второй (возможны и другие способы отсева аномальных ошибок, см., например, [2, разд. 15.4]). Одноэтапный алгоритм автоматически использует эту информацию. Это и позволяет одноэтапному алгоритму иметь более высокую вероятность нормального оценивания координат излучателя по сравнению с двухэтапным.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ оптимального и эвристического алгоритмов свидетельствует о том, что точности измерений для обоих алгоритмов практически равны.

Двухэтапная процедура оценивания местоположения излучателя, состоящая из оценивания методом максимального правдоподобия вектора задержек между принимаемыми сигналами и оценивания тем же методом (по измеренным задержкам) координат излучателя, может потребовать дополнительной процедуры отсева аномальных погрешностей измерений. Для анализа качества работы алгоритма измерения координат в этом случае целесообразно сравнить его с одноэтапной процедурой оценивания местоположения излучателя, которую в рамках рассматриваемой постановки задачи можно считать оптимальной в целом. Анализ одноэтапного алгоритма и сравнение его с двухэтапным позволяют сделать вывод, что при определении координат маломощных излучателей, когда принимаемые сигналы соизмеримы по мощности с шумом, целесообразно пользоваться одноэтапным алгоритмом, имеющим более низкое пороговое отношение сигнал/шум, при котором возможна нормальная работа системы. В то же время при выборе алгоритма для определения местоположения относительно мощных излучателей предпочтение следует отдавать тому, который проще реализовать в конкретных условиях функционирования системы местопредования.

Авторы весьма признательны В.С. Черняку за полезные замечания по работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы / Под ред. Цветнова В. В. М.: Радио и связь, 1986.
2. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993.
3. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
4. Torriery D.J. // IEEE Trans. 1984. V. AES-20. № 2. P. 183.
5. Hahn W.R., Tretter S.A. // IEEE Trans. 1973. V. IT-19. № 5. P. 608.
6. Hahn W.R. // J. Acoust. Soc. Amer. 1975. V. 58. № 1. P. 201.
7. Абезгавуз Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Н., Коровина И.А. Справочник по вероятностным расчетам. М.: Воениздат, 1970.